



Fichas de Trabajo

RAZ. MATEMÁTICO

CONJUNTOS I

2^{do}

SECUNDARIA

• Marco teórico

Idea de Conjunto

Intuitivamente se entiende como conjunto a una agrupación, colección, reunión de objetos reales o ideales, a los cuales se les denomina elementos del conjunto.

Ejemplos:

- Los días de la semana
- Los países de América del Sur.
- Los jugadores de un equipo de fútbol.

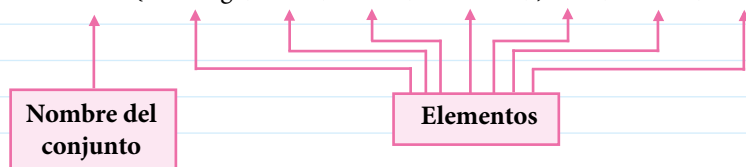
NOTACIÓN

Para representar un conjunto, se ha convenido emplear llaves { }, dentro de los cuales se nombran los elementos del conjunto o se enuncia la propiedad común que caracteriza a todos los elementos del conjunto considerado.

Ejemplo:

- Representemos el conjunto formado por los días de la semana.

$A = \{\text{Domingo; Lunes; Martes; Miércoles; Jueves; Viernes; Sábado}\}$



Se lee: A es el conjunto cuyos elementos son los días de la semana.

- Representemos el conjunto formado por los números primos

$B = \{\text{Números primos}\}$

Se lee: B es el conjunto formado por los números primos.

Determinación de un Conjunto

Por extensión:

Es cuando se señala cada uno de los elementos de un conjunto.

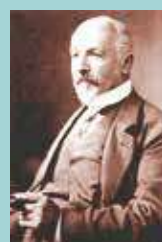
$G = \{a; e; i; o; u\}$

$H = \{2; 4; 6; 8\}$

$I = \{6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14\}$

• Personaje:

*Georg Ferdinand Ludwig
Philipp Cantor*



Nació el 3 de marzo de 1845.
Falleció el 6 de enero de 1918.

Georg Ferdinand
Ludwig Philipp

Cantor, era un matemático ruso – alemán mejor conocido como el creador de la TEORÍA CONJUNTISTA y por su descubrimiento de los números transfinitos. También adelantó el estudio de las series trigonométricas, fue el primero en probar la no numerabilidad de los números reales, e hizo contribuciones significantes a la teoría de la dimensión. Cantor recibió su doctorado en 1867 y aceptó una posición en la Universidad de Halle en 1869, donde permaneció estrechamente relacionado al trabajo de Cantor en la teoría de los conjuntos transfinitos. Nunca dudó de su absoluta confianza en su trabajo, pero seguidamente del descubrimiento de las paradojas de la teoría de conjuntos, dejó la teoría de los conjuntos transfinitos a matemáticos más jóvenes tales como David HILBERT, Bertrand RUSSELL, y Ernst ZEMELO.

Es cuando se señala una o más características comunes y exclusivas a los elementos del conjunto.

Por comprensión:

$$G = \{n/n \text{ es una vocal}\}$$

$$H = \{\text{Los números pares positivos menores que } 9\}$$

$$I = \{x/x \in \mathbb{N}, 5 < x < 15\}$$

Cardinal de un Conjunto

Nos indica la cantidad de elementos diferentes que posee el conjunto y se representa por $n(A)$ o $\#(A)$. Ejemplos:

$$B = \{11; 12; 13; 14; 15; 16\} \rightarrow n(B) = 6$$

$$C = \{6; 6; 6; 6\} = \{6\} \rightarrow n(C) = 1$$

Conjuntos Numéricos

Naturales $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

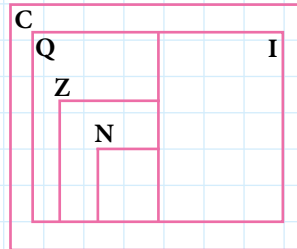
Enteros $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

Racionales $\mathbb{Q} = \left\{ \left(\frac{a}{b} \right) / a, b \in \mathbb{Z} \wedge b \neq 0 \right\}$

Irracionales $\mathbb{I} = \{ \sqrt{5}, \pi, e, \sqrt{7} \}$

Reales $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$

Complejos $\mathbb{C} = \{a + bi / a, b \in \mathbb{R}; i = \sqrt{-1}\}$



Conjuntos Especiales

Conjunto vacío: Es aquel conjunto que no tiene ningún elemento.

Notación: $\emptyset$; $\{\}$

Ejemplo:

$$A = \{x/x \text{ son los jugadores europeos que juegan en Alianza Lima}\}$$

Nota: $\bullet \emptyset \neq \{0\}$ $\bullet \emptyset \neq \{\{\}\}$

Conjunto unitario: Es aquel conjunto que tiene 1 solo elemento.

Ejemplo:

$$A = \{x/x \text{ es el actual presidente del Perú}\}$$

$$B = \{6; 6; 6; 6\}$$

Conjunto universal: Dados uno o más conjuntos se llama conjunto universal a otro conjunto que posee todos los elementos de los conjuntos dados.

Ejemplo:

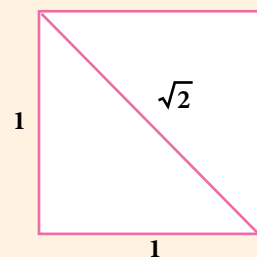
$$B = \{\text{gallinas; pavos}\} \rightarrow U = \{x/x \text{ es una ave}\}$$



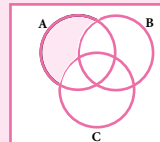
¿Sabías qué?

La palabra irracional fue tomada por error de un traductor muchos años atrás. El verdadero nombre de esta clase de números era en sus inicios incommensurable.

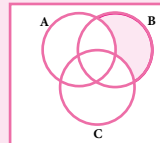
A la escuela Pitagórica se le atribuye la demostración del Teorema de Pitágoras y como consecuencia el descubrimiento de los números irracionales.



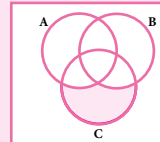
$$A - (B \cup C)$$



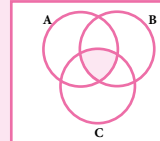
$$B - (A \cup C)$$



$$C - (A \cup B)$$



$$A \cap (B \cap C)$$



Relación de Pertenencia ($\in$)

Relaciones entre Conjuntos

Es una relación elemento – conjunto.

Si el elemento a pertenece al conjunto A , se escribe $a \in A$.

Si el elemento b no pertenece al conjunto A ; se escribe $b \notin A$.

A.

Ejemplo:

Sea $C = \{1; 4; \{1; 2\}; 5; \{6\}\}$

* $4 \in C$

* $8 \notin C$

* $\{1; 2\} \in C$

* $5 \in C$

* $1 \in C$

* $6 \notin C$

RELACIÓN DE INCLUSIÓN ($\subset$)

Se dice que un conjunto "A" está incluido en "B" si todos los elementos de "A" son también de "B".

Se denota : $A \subset B$

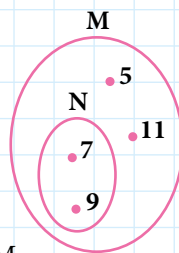
Se lee : A está incluido en B
A está contenido en B
A es un subconjunto de B

Ejemplo:

$M = \{5; 7; 9; 11\} \rightarrow N$ está incluido en M

$N = \{7, 9\} \rightarrow N$ está contenido en M

$N \subset M \rightarrow N$ es un subconjunto de M



Subconjunto de un Conjunto

Ejemplo:

Si $A = \{m; n; p\}$

subconjuntos de A

$P(A) = \{\emptyset; \{m\}; \{n\}; \{p\}; \{m, n\}; \{m, p\}; \{n, p\}; \{m, n, p\}\}$

Subconjuntos propios de A

donde:

- $P(A)$ Es el conjunto potencia de A
- $n(A) = 3 \Rightarrow$
 - N.º de subconjuntos de $A = 2^3 = 8$
 - N.º de subconjuntos propios de $A = 2^3 - 1 = 7$

En general:

Si $n(A) = n$

$\Rightarrow$ N.º subconjuntos de $A = 2^n$

N.º subconjuntos propios de $A = 2^n - 1$

N.º de elementos de $P(A) = n(P(A)) = 2^n$

• Nota:

- * Convencionalmente, el conjunto nulo o vacío se considera incluido en todo conjunto.
- * Todo conjunto es subconjunto de sí mismo pero no es subconjunto propio de sí mismo.

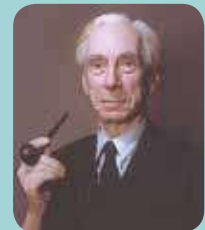
• Personaje:

Bertrand Russell
(1872 – 1970)

Filósofo y Matemático.

premio
Nobel de
Literatura
1950.

Bertrand
Arthur
William



Russell nació
en Trellech, Monmouthshire
Gales en 1872.

En 1901 descubrió la paradoja
que lleva su nombre, y
conmovió los fundamentos de
las Matemáticas.

Fue un innovador en muchos
campos. Sus novedosas ideas
sobre la educación cristalizaron
en la fundación de la Beacon
Hill School en 1953, tres años
después de recibir el premio
Nobel de Literatura.

Escritor prolífico, su último
libro fue su propia autobiografía,
publicada entre 1967 y 1969.
Russell murió en 1970 en
Penrhyndeudraeth, a la edad de
98 años.

● Trabajando en Clase

Nivel I

1. Dado el conjunto:
 $A = \{(2x-1)/x \in \mathbb{Z} \wedge -4 \leq x \leq 9\}$

halla la diferencia entre el mayor y menor valor de los elementos del conjunto A.

a) 10 b) 21 c) 12
d) 28 e) 16
2. Dado el conjunto:
 $A = \{x \in \mathbb{N} / 1 \leq x \leq 8\}$

halla $n(B)$ si:
 $B = \{x/x \in A \wedge 4 < 2x < 12\}$

a) 2 b) 3 c) 4
d) 6 e) 5
3. Del conjunto:
 $A = \{x+1/x \in \mathbb{Z} \wedge -4 < x < 15\}$

halla $n(M)$ si:
 $M = \{2x/x \in A \wedge -3 < x < 7\}$

a) 8 b) 11 c) 9
d) 12 e) 10
4. Sea

 $A = \{3a + 2; 5a + 3; 4a + 6\}$

Si $n(A) = 2$ y $a \in \mathbb{N}$,
halla a^2 .

a) 9 b) 4 c) 16
d) 25 e) 1

Nivel II

5. Dado el conjunto:
 $B = \{1; 3; 5; 7\}$
indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda.
- i) $3 \in B$ () iii) $7 \in B$ ()
ii) $6 \in B$ () iv) $2 \in B$ ()
- a) VFVF b) FVVV c) VFFV
d) FFVV e) VFFF
6. Dado el conjunto:
 $B = \{1; 3; 5; 7\}$
indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda.
- i) $3 \in B$ () iii) $7 \in B$ ()
ii) $6 \in B$ () iv) $2 \in B$ ()
- a) VFVF d) FVVV
b) VFFV e) FFVV
c) VFFF
7. Dado el conjunto:
 $A = \{5; \{7\}; 9; 12\}$
indica verdadero (V) o falso (F); según corresponda.
- i) $\{7\} \in A$ () iii) $5 \in A$ ()
ii) $\{9\} \in A$ () iv) $12 \in A$ ()
- a) VVVV d) FFVV
b) FVVV e) VVFF
c) VFFV

Nivel III

8. Dado el conjunto:

$$B = \{3; \{6\}; 9; 15\}$$

indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda.

i) $\{3\} \in B$ () iii) $\{6\} \in B$ ()

ii) $\{15\} \in B$ () iv) $9 \in B$ ()

a) VVFF

b) FVVV

c) VFFV

d) FFVV

e) FVVF

9. Dado el conjunto:

$$M = \{a; \{b\}; \{m\}; p\}$$

¿Cuántas proposiciones son falsas?

i) $\{b\} \subset M$ ()

ii) $b \in M$ ()

iii) $\{\{m\}\} \subset M$ ()

iv) $\{\{b\}; \{m\}\} \in M$ ()

a) 1

b) 4

c) 2

d) 5

e) 3

10. Dado el conjunto:

$$N = \{1; \{3\}; \{5\}; 7\}$$

¿Cuántas proposiciones son falsas?

i) $\{3\} \subset N$ ()

ii) $3 \in N$ ()

iii) $\{\{3\}\} \subset N$ ()

iv) $\{\{5\}; \{7\}\} \in N$ ()

v) $3 \in N$ ()

a) 4

b) 1

c) 3

d) 0

e) 2

Tarea domiciliaria N° 1

1. Calcula $n(M) \times n(N)$ si:

$$M = \{C, O, L, E, G, I, O\}$$

$$N = \{A, U, L, A\}$$

Rpta :

2. Calcula $n(A) + n(B)$ si:

$$A = \{x/x \in \mathbb{N}, 4 < x \leq 11\}$$

$$B = \{x/x \in \mathbb{Z}, 15 < x \leq 16\}$$

Rpta :

3. Calcula $n(P) + n(R)$ si:

$$P = \left\{ \frac{2x+1}{3} / x \in \mathbb{N} \wedge -5 \leq x \leq 8 \right\}$$

$$R = \left\{ \frac{3x}{2} / x \in \mathbb{Z}^+ \wedge -1 \leq x \leq 0 \right\}$$

Rpta :

4. Calcula la suma de los elementos del conjunto A si:

$$A = \{m + 3/m \in \mathbb{Z}; -2 \leq m \leq 2\}$$

Rpta :

5. Calcula la suma de los elementos del conjunto A si:

$$A = \{2x/x \in \mathbb{N}; -3 \leq x \leq 8\}$$

Rpta :

6. Si $W = \{b^2 + 1; 3a - 1; 17\}$

es un conjunto unitario, halla el mínimo valor de $a + b$.

Rpta :

7. Si $A = \{a + 2; b + 1; 6\}$

es unitario, halla $a \times b$.

Rpta :

8. Dado el conjunto:

$$A = \{(x^2 - 1) / x \in \mathbb{N}; x < 5\}$$

halla la suma del mayor y menor valor de los elementos del conjunto A.

Rpta :