



fichas de Trabajo

MATEMÁTICA

POLINOMIOS

2^{do}

SECUNDARIA

... Y AQUÍ UN PROBLEMITA ...



A un herrero le trajeron cinco cadenas de tres eslabones cada una, y le encargaron que las uniera formando una sola cadena. Antes de comenzar el trabajo, el herrero se dio a pensar cuántos eslabones tendría que abrir y volver a soldar.

Llegó a la conclusión de que tendría que abrir y soldar cuatro eslabones.
¿No sería posible realizar este trabajo abriendo menos eslabones?

Uno de los símbolos más conocidos en el mundo de las matemáticas es:

$$> \text{ o } < ; \text{ también } \geq \text{ o } \leq$$

Estos símbolos permiten determinar que una cantidad es mayor o menor que otra. Por ejemplo, tenemos:

$$5 > 3 ; 1/2 < 4 ; \sqrt{2} > -1$$

Así, podemos hablar entonces de una RELACIÓN DE ORDEN.

Se ha establecido que dicha relación de orden puede ser aplicada a todo par de números reales, y esto lo puedes comprobar si tomas dos números reales diferentes cualquiera. Siempre verás que uno es mayor que otro. Observa :

* Si tomamos 2 y $1/2$, entonces:

$$\sqrt{2} > 1/2$$

* Si tomamos -4 y $-\pi$, entonces:

$$-4 < -\pi$$

Lamentablemente las relaciones de orden no pueden ser aplicadas a toda entidad matemática. Así, por ejemplo, si tenemos los polinomios:

$$P(x) = 5x^2 - 3x + 7$$

$$Q(x) = 8x^3 + 1$$

No se puede afirmar que:

$$P(x) > Q(x) \text{ o } Q(x) > P(x)$$

Sin embargo, para salvar este problema se define, en lo que a polinomios se refiere, el grado absoluto (G.A.), y entonces podríamos hablar de "cierta relación de orden".

Si tenemos el polinomio:

$$P(x) = 5x^2 - 3x + 7, \text{ tendremos que:}$$

$$\text{G.A.}(P(x)) = 2 \text{ (mayor exponente)}$$

Si tenemos el polinomio:

$$Q(x) = 8x^3 + 1, \text{ tendremos que:}$$

$$\text{G.A.}(Q(x)) = 3 \text{ (mayor exponente)}$$

Luego, podemos afirmar que:

$$[\text{G.A.}(P(x))] < [\text{G.A.}(Q(x))]$$



¿Sabías que...?

Para elegir los materiales adecuados, en cuanto a calidad y cantidad, para construir un puente, los ingenieros analizan las variables que intervienen



antes de llevar a la práctica su proyecto, como la geología del terreno, resistencia al viento, cambio de temperatura y fluidez del tráfico automovilístico. Estas variables son expresadas matemáticamente mediante polinomios para así poder hacer los cálculos respectivos y no cometer errores imprevistos.

Polinomio

Es la reunión de dos o más monomios mediante sumas y restas.

Ejemplo:

$$P(x, y) = 5x^5y^4 - 9x^2y^7 + 7x^8z^{1/2}$$

Grados

1. GRADO ABSOLUTO (G.A)

Es el mayor de los G.A. de los monomios que conforman al polinomio.

Ejemplo: Halla el G.A. del polinomio:

$$P(x, y) = \underbrace{7x^4y^3}_{GA=7} - \underbrace{1/2x^2y^7}_{GA=9} + \underbrace{\sqrt{5}xy^5}_{GA=6}$$

Como se observa, el mayor G.A. es 9.

$$\Rightarrow G.A.(P(x)) = 9$$

2. GRADO RELATIVO (G.R)

Es el mayor de los G.R. de los monomios que conforman al polinomio.

Ejemplo : Halla el G.R.(y) del polinomio:

$$P(x, y) = \underbrace{7x^4y^3}_{GRy=3} - \underbrace{1/2x^2y^7}_{GRy=7} + \underbrace{\sqrt{5}xy^5}_{GRy=5}$$

El mayor de todos los G.R.(y) es 7.

$$\Rightarrow \text{Luego } G.R.y(P(x, y)) = 7$$

Valor numérico

Se reemplaza las variables del polinomio, por números indicados.

Ejemplo:

Dado el polinomio:

$$P(x, y) = 7x^4y^3 - 1/2x^2y^7 + \sqrt{5}xy^5$$

Halla el V.N. si $x = 0, y = 1$.

Si reemplazamos tenemos:

$$P(0, 1) = 7 \cdot 0^4 \cdot 1^3 - 1/2 \cdot 0^2 \cdot 1^7 + \sqrt{5} \cdot 0 \cdot 1^5$$

$$P(0, 1) = 0 - 0 + 0$$

$$P(0, 1) = 0$$

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Halla el grado absoluto de:

$$P(x, y) = 3x^6y^2 + 2x^5y^3 - 8x^4y^2 + 9y^9 - 7x^2y^2$$

Resolución:

Primero hallemos el grado absoluto de cada monomio:

$$P(x, y) = \underbrace{3x^6y^2}_{GA=8} + \underbrace{2x^5y^3}_{GA=8} - \underbrace{8x^4y^2}_{GA=6} + \underbrace{9y^9}_{GA=9} - \underbrace{7x^2y^2}_{GA=4}$$

Como se observa el mayor GA es 9.

$$\text{Entonces: } GA(P) = 9 \downarrow$$

2. En el polinomio:

$$P(x, y) = 4x^m y^7 + 5x^2 y^m,$$

halla GA(P) si GR(x) = 10.

Resolución:

Si GR(x) = 10, entonces $m = 10$. Luego:

$$P(x, y) = \underbrace{4x^{10}y^7}_{GA=17} + \underbrace{5x^2y^{10}}_{GA=12}$$

por lo tanto:

$$GA(P) = 17 \downarrow$$

3. Si el grado relativo de "x" es 9 en

$$P(x, y) = 21x^3y^n - 8(xy)^{3n} - x^n y^5,$$

halla el grado relativo de "y".

Resolución:

Si GR(x) = 9, entonces $3n = 9$ luego: $n = 3$ reemplazando en el polinomio:

$$P(x, y) = 21x^3y^3 - 8x^9y^9 - x^3y^5$$

observamos:

$$GR(y) = 9 \downarrow$$

4. Si $P(x, y) = (2x + y)^2 + (2x - y)^2$, calcula $P(-1; -2)$

Resolución:

Reemplazamos los valores numéricos para "x = -1" y "y = -2".

$$\begin{aligned} P(-1, -2) &= (2(-1) + (-2))^2 + (2(-1) - (-2))^2 \\ &= (-2 - 2)^2 + (-2 + 2)^2 \\ &= (-4)^2 + (0)^2 \\ &= 16 + 0 \\ &= 16 \downarrow \end{aligned}$$

5. Si $W(x) = x + 2$, halla $W(W(3))$

Resolución:

Primero hallamos W(x) para "x = 3".

$$W(3) = (3) + 2 = 5$$

luego:

$$W(W(3)) = (5) + 2 = 7 \downarrow$$

● Trabajando en Clase

Nivel I

1. Halla el G.A. en cada caso.

$$A(x, y) = x^7 + y^9$$

$$B(x, y) = x^3y^4 + x^2y^6$$

$$C(x, y) = x^4y^8 + x^8y^5$$

$$D(x, y) = (x^2y^3)^4 + xy^{17}$$

2. Halla el grado relativo (G.R.) en cada caso.

$$S(x, y) = 2x^3 + 5y^9$$

$$\text{G.R.}(x) =$$

$$\text{G.R.}(y) =$$

$$T(x, y) = xy^2 + xy^6 + x^5y^9$$

$$\text{G.R.}(x) =$$

$$\text{G.R.}(y) =$$

3. Halla “m + n” si en el siguiente polinomio:

$$P(x) = -\sqrt{11} x^{m-2} + 2x^m y^{n-3} + \frac{1}{3} x^{m+1} y^{n-2}$$

se cumple que:

$$\text{GR}(y) = 8 ; \quad \text{GR}(x) = 3.$$

- a) 9 b) 12 c) 15
d) 11 e) 17

4. Halla la suma de coeficientes de:

$$H(x) = 3x^2 + 5x + 7$$

- a) 8 b) 15 c) 12
d) 13 e) 17

Nivel II

5. Indica la suma de coeficientes del polinomio:

$$W(x) = 4x^3 - 5x^2 + 3x - 1$$

- a) 7 b) 1 c) 2
d) 3 e) 4

6. Calcula $P(3a, -2a)$, sabiendo que:

$$P(x, y) = x^3 + y^3 + 3xy(x + y)$$

- a) $2a^3$ b) a^3 c) $-a^3$
d) $-a$ e) $-2a^3$

7. Si: $P(x, y) = (2x + y)^2 + (2x - y)^2$; calcula $P(-1, -2)$.

- a) 16 b) 4 c) -16
d) -4 e) -1

Nivel III

8. Si $g(x) = 2x - 1$, calcula $g(5)$.

- a) 10 b) 9 c) 3
d) 4 e) 5

9. Halla el $\text{GR}(x)$ y el $\text{GR}(y)$ en cada caso:

$$P(x, y) = x^2y^3 + x^4y^6 + y^7$$

$$Q(x, y) = x^4y^6 + xy^6 + y^8$$

$$S(x, y) = 2x^3 + 5y^9$$

$$T(x, y) = xy^2 + xy^6 + x^5y^9$$

10. Si $J(x) = x^3 + x^2 + x + 1$, halla $J(5)$.

- a) 125 b) 150 c) 155
d) 156 e) 157

11. Si $w(x) = x + 2$, halla $w(w(3))$.

- a) 5 b) 7 c) 8
d) 9 e) 10

12. Señala la suma de coeficientes de:

$$h(x) = 3x^2 + 5x + 7.$$

- a) 8 b) 15 c) 12
d) 13 e) 17

Tarea domiciliaria N° 5

1. Halla el grado relativo (G.R.) en cada caso.

$$P(x, y) = x^2y^3 + x^4y^6 + y^7$$

$$\text{G.R.}(x) =$$

$$\text{G.R.}(y) =$$

$$Q(x, y) = x^4y^6 + xy^6 + y^8$$

$$\text{G.R.}(x) =$$

$$\text{G.R.}(y) =$$

2. Halla el grado del siguiente polinomio:

$$P(x) = 6 + x^m - 3\sqrt{2}x^{m+7} + \frac{1}{5}x^{m+3}$$

a) m

b) 6

c) 10

d) $m + 7$

e) No se puede

3. Halla "m" si el siguiente polinomio es de grado absoluto igual a 10.

$$P(x) = 7 + 5x^{m+6} - 3x^{m+7}$$

a) 1

b) 5

c) 3

d) 4

e) 2

4. Si: $h(x) = 3x + 1$, calcula $h(-2)$.

a) -6

b) -5

c) 5

d) 6

e) 1

5. Halla el grado absoluto (G.A.) en cada caso:

$$A(x, y) = x^5 y^7$$

$$B(x, y) = x^7 y^{13}$$

$$C(x, y) = x^4 y^{71}$$

$$D(x, y) = 5^2 x^9 y^{11}$$

$$E(x, y, z) = a^2 b^3 x^4 y^5 z^6$$

$$F(x, y) = (x^3)^4 (y^5)^6$$

6. Calcula $F(-0, 2)$ si se sabe que:

$$F(x) = 2 + 25(3x + 1)$$

a) -1

b) 0

c) 12

d) 5

e) 10

7. Si: $P(x) = 2x^5 - 3x^4 + 2x^3 + 2x - 3$, halla $P(-1)$.

a) -15

b) -10

c) -5

d) -1

e) -12

8. Si: $p(x) = \frac{x+1}{x-1}$, halla $p(7)$.

a) 6

b) 8

c) $\frac{4}{3}$

d) 1

e) 2