



fichas de Trabajo

MATEMÁTICA

2^{do}

SECUNDARIA

MULTIPLICACIÓN ALGEBRAICA

I. Concepto

Operación matemática que consiste en obtener una expresión llamada **Producto** a partir de otras dos llamadas **Factores**. Su representación será:

$$\begin{array}{ccc} a & \cdot & b = p \\ \uparrow & & \uparrow \\ \text{Factores} & & \text{Producto} \end{array}$$

Ejemplos:

$$4 \cdot 7 = 28 \quad 4 \text{ y } 7 : \text{Factores} \quad 28 : \text{Producto}$$

II. Multiplicación de monomios

Para multiplicar dos monomios se debe realizar dos multiplicaciones:

- * Multiplicación de partes constantes.
- * Multiplicación de partes variables.

1. Multiplicación de las partes constantes

Para multiplicar constantes debemos recordar la regla de signos:

$$\begin{array}{ll} (+) & (+) = (+) \\ (-) & (-) = (+) \\ (+) & (-) = (-) \\ (-) & (+) = (-) \end{array}$$

Ejemplos:

- * $(+7)(+9) = +63$
- * $(-3)(-8) = +24$
- * $(+8)(-9) = -72$
- * $(-6)(+5) = -30$

2. Multiplicación de las partes variables

Para multiplicar variables debemos tener en cuenta el siguiente teorema:

$$b^m \cdot b^n = b^{m+n}$$

Ejemplos:

- * $x^2 \cdot x^9 = x^{2+9} = x^{11}$
- * $y^5 \cdot y^7 = y^{5+7} = y^{12}$

Ahora multipliquemos monomios:

$$* (2x^5)(7x^3)$$

Multipliquemos las partes constantes:

$$2 \cdot 7 = 14$$

Multipliquemos las partes variables:

$$x^5 \cdot x^3 = x^{5+3} = x^8$$

$$\Rightarrow (2x^5)(7x^3) = 14x^8$$

$$* (-5x^4y^2)(7x^3y^8)$$

Multipliquemos las partes constantes:

$$-5 \cdot 7 = -35$$

Multipliquemos las partes variables:

$$(x^4y^2)(x^3y^8) = x^{4+3}y^{2+8} = x^7y^{10}$$

$$\Rightarrow (-5x^4y^2)(7x^3y^8) = -35x^7y^{10}$$

III. Multiplicación de un monomio por un polinomio

Para esta multiplicación se utiliza la propiedad distributiva.

Propiedad distributiva

Se define como:

$$a(b + c) = ab + ac$$

Ejemplos:

- Multipliquemos el monomio x^2 y el polinomio $x^3 + x^5$, así:

$$x^2(x^3 + x^5) = x^2 \cdot x^3 + x^2 \cdot x^5 = x^5 + x^7$$

$$\Rightarrow x^2(x^3 + x^5) = x^5 + x^7$$

- Multipliquemos: $7x^4$ y $2x^3 - 4x^5$

$$7x^4(2x^3 - 4x^5) = 7 \cdot 2x^4 \cdot x^3 - 7 \cdot 4x^4 \cdot x^5$$

$$\Rightarrow 7x^4(2x^3 - 4x^5) = 14x^7 - 28x^9$$

IV. Multiplicación de un Binomio por un Binomio

Se aplica la propiedad distributiva.

Ejemplo:

* Multipliquemos: $(x^2 + x)(x^3 + x^5)$

Distribuyamos:

$$\begin{aligned}(x^2+x)(x^3+x^5) &= (x^2+x)x^3 + (x^2+x)x^5 \\&= x^3(x^2+x) + x^5(x^2+x) \\&= x^5 + x^4 + x^7 + x^6\end{aligned}$$

$$\text{Luego: } (x^2+x)(x^3+x^5) = x^5 + x^4 + x^7 + x^6$$

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Al multiplicar: $P(x) = x^2 + x + 1$ y $Q(x) = x^2 - x + 1$.
¿Cuántos términos tiene el resultado?

Resolución:

Multipliquemos:

$$\begin{aligned}(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) &= x^4 - x^3 + x^2 + x^3 - x^2 + x + x^2 - x + 1 \\x^2 - x + 1 &= x^4 + x^2 + 1\end{aligned}$$

Por lo tanto el resultado tiene 3 términos.

2. Dado: $P(x) = x + 4$, $Q(x) = x - 3$ y
además: $x^2 + x = 12$, halla: $P(x) \cdot Q(x)$

Resolución:

Multipliquemos:

$$\begin{aligned}P(x) \cdot Q(x) &= (x + 4)(x - 3) \\&= x^2 - 3x + 4x - 12 \\&= x^2 + x - 12\end{aligned}$$

Por dato: $x^2 + x = 12$, entonces:

$$P(x) \cdot Q(x) = (12) - 12 = 0$$

3. Si luego de multiplicar $P(x) = x + 1$ y $Q(x) = x + 2a$ se obtiene un polinomio cuya suma de coeficientes es 10. Calcula $Q(1)$.

Resolución:

Al multiplicar:

$$\begin{aligned}P(x) \cdot Q(x) &= (x + 1)(x + 2a) \\&= x^2 + 2ax + x + 2a \\&= x^2 + (2a + 1)x + 2a\end{aligned}$$

Se observa que la suma de coeficientes es $4a + 2$, entonces:

$$\begin{aligned}4a + 2 &= 10 \\a &= 2\end{aligned}$$

$$\text{Luego: } Q(x) = x + 4$$

$$\text{Entonces: } Q(1) = 5$$

4. Si $P(x) = 2x^3 - 3x + 5x^5 + 3$ y $Q(x) = 7x^5$, calcula $P(x) \cdot Q(x)$. Da como respuesta la suma de coeficientes.

Resolución:

Multipliquemos:

$$\begin{aligned}P(x) \cdot Q(x) &= (2x^3 - 3x + 5x^5 + 3)(7x^5) \\&= 14x^8 - 21x^6 + 35x^{10} + 21x^5 \\&= 35x^{10} + 14x^8 - 21x^6 + 21x^5\end{aligned}$$

Por lo tanto la suma de coeficientes es:

$$35 + 14 - 21 + 21 = 49$$

5. En la siguiente multiplicación de monomios:
 $ax^ay^2 \cdot mx^3y^b = 10x^5y^6$, determina $a + m + b$.

Resolución:

De la multiplicación se observa:

$$\begin{aligned}a \cdot m &= 10 \\a + 3 &= 5 \rightarrow a = 2 \\a + b &= 6 \rightarrow b = 4 \\&\rightarrow m = 5\end{aligned}$$

Por lo tanto:

$$a + m + b = 11$$



Nota:

- La multiplicación de signos iguales resulta (+).
- La multiplicación de signos diferentes resulta (-).
- Los números positivos pueden dejar de llevar el signo (+) al lado izquierdo. Así: $+7 = 7$
- Los números negativos siempre llevan el signo (-) en el lado izquierdo.

● Trabajando en Clase

Nivel I

- Dado: $P(x) = 2x^3$ y $Q(x) = 3x^2$, donde $P(x) \cdot Q(x) = mx^n$.
Indica la o las proposiciones verdaderas.
I) $m = n$ II) $n - m = 1$ III) $n + 1 = m$
a) Sólo I d) I y II
b) Sólo II e) II y III
c) Sólo III
- Dado $P(x) = x + 4$ y $Q(x) = x - 3$,
además: $x^2 + x = 12$, halla $P(x) \cdot Q(x)$
a) 24 b) 0 c) 12
d) -12 e) -24
- Si $P \cdot Q$ es homogéneo, donde:
 $P(x; y) = 3x^2y^3$
 $Q(x; y) = x^{m+3}y - 2x^3y^{n+1}$
halla: $m - n$.
a) 2 b) -3 c) 0
d) -2 e) 3
- En la siguiente multiplicación de monomios:
 $ax^ay^2 \cdot mx^3y^b = 10x^5y^6$
determina $a + m + b$.
a) 5 b) 2 c) 4
d) 11 e) 10

Nivel II

- Si $P(x)$ es idéntico a $M(x)$, donde:
 $P(x) = -9x(3x + 2 - 4x^2)$ y
 $M(x) = mx^2 + nx + qx^3$,
halla $m + n + q$.
a) -9 b) -8 c) 7
d) 9 e) 0
- $2x(x^2 - x - 1)$
a) $2x^3 + 2x^2 + 2x$ b) $2x^3 + 2x^2 + x$
c) $2x^3 + 2x^2 - 2x$ d) $2x^3 - 2x^2 - 2x$
e) $2x^3 - 2x^2 + 2x$

- $3x^2y(x - 1)$
a) $3x^3y - 3x^2y$ b) $3x^3y - 3xy^2$
c) $3x^3y + 3x^2y$ d) $3x^2y - 3x^3y$
e) $3x^3y + 3xy^2$

Nivel III

- $(x + 3)(x - 4)$
a) $x^2 + x - 12$ b) $x^2 + 7x - 12$
c) $x^2 - x - 12$ d) $x^2 - 1$
e) $x^2 - x + 12$
- $G = (2x^2 + 5x + 5)(2x)$
a) $8x^3 + 10x^2 + 10x$
b) $4x^3 + 10x^2 + 10x$
c) $2x^3 + 10x^2 + 10x$
d) $12x^3 + 10x^2 + 10x$
e) $16x^3 + 10x^2 + 10x$
- Desarrolla:
 $(a + 5)(a + 5) - (a - 5)(a - 5)$
a) $20a$ d) $5a^2$
b) $25 - a^2$ e) $10a$
c) $a^2 + 25$
- Simplifica:
 $E = (a - b)(a + b - c) + (b - c)(b + c - a) + (c - a)(c + a - b)$
a) 0 b) a^2 c) b^2
c) c^2 e) $a^2 + b^2$
- Efectúa:
 $(x + y - 3)(x + y - 3)$
a) $x^2 + 2xy + y^2 - 9$
b) $xy - 9$
c) $x^2 + 2xy + y^2 - 6x - 6y + 9$
d) $x^2 - 2xy - y^2 + 9$
e) $xy + 9$

Tarea domiciliaria N° 7

1. Asocia correctamente:

- a) $(4x^3y^2)(9xy^3)$
- b) $(18xy^4)(2x^3y^2)$
- c) $(12x^3y^4)(3x^3y)$

- () $36x^4y^6$
- () $36x^6y^5$
- () $36x^4y^5$

2. Si $P(x) = 2x^3 - 3x + 5x^5 + 3$ y $Q(x) = 7x^5$, calcula $P(x) \cdot Q(x)$. Da como respuesta la suma de coeficientes.

- a) 47
- b) 14
- c) 0
- d) -21
- e) 49

3. Si $P(x; y) = -3ax^2y^b$ y $Q(x; y) = 2bx^ay^4$ son semejantes, halla el coeficiente de $P(x; y) \cdot Q(x; y)$

- a) -48
- b) -6
- c) 2
- d) -4
- e) -8

4. Si luego de multiplicar:

$$P(x) = x + 1 \text{ y } Q(x) = x + 2a$$

se obtiene un polinomio cuya suma de coeficientes es 10. Calcula $Q(1)$.

- a) 2
- b) 5
- c) 4
- d) -2
- e) -5

5. Multiplica: $3x(2x^2 + 1)$

a) $6x^3 + 1$

b) $6x^3 - 3x$

c) $6x^3 + x$

d) $2x^2 + 3x$

e) $6x^3 + 3x$

6. $3xy(x + y)$

a) $3y^2 + 3x^2$

b) $3x^2y^2 + 3x^2y^2$

c) $3x^2y + 3xy$

d) $3xy + 3xy^2$

e) $3x^2y + 3xy^2$

7. $2x(x + 1 - y)$

a) $2x^2 + 2x - 2xy$

b) $2x^2 + 2y + 2xy$

c) $2x^2 - 2x + 2xy$

d) $2x^2 + 2x + xy$

e) $2x^2 + 2x + 2xy^2$

8. $(x + y)(2x - y)$

a) $2x^2 - xy + y^2$

b) $2x^2 + xy - y^2$

c) $2x^2 + xy + y^2$

d) $2x^2 - xy - y^2$

e) $2x^2 + 3xy - y^2$