



### Definición

Se llama logaritmo de un número en una base dada, positiva y distinta de la unidad, al exponente a que debe elevarse la base para obtener una potencia igual al número dado.

Así el logaritmo del número  $N$ , en base «b» ( $b > 0 \wedge b \neq 1$ ) es el exponente «x» al que debe elevarse «b» para obtener  $N$ .

### Notación:

$$\text{Log}_b N = x \Leftrightarrow N = b^x$$

Se lee: logaritmo de  $N$  en base «b» es igual a «x» donde:

$$N \in \mathbb{R}^+$$

$$b \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$$

$$x \in \mathbb{R}$$

### Ejemplos:

$$1. \text{Log}_5 25 = 2 \Leftrightarrow 5^2 = 25$$

$$2. \text{Log}_{1/3} 243 = -5 \Leftrightarrow (1/3)^{-5} = 243$$

### Identidad fundamental

$$b^{\text{Log}_b N} = N$$

$$N > 0 ; b < 0 ; b \neq 1$$

### Ejemplos:

$$1. 5^{\text{Log}_5 6} = 6$$

$$2. 4^{\text{Log}_4 (x+1)} = x+1 ; x > -1$$

### Propiedades

#### A. Logaritmo de un producto

$$\text{Log}_a (xy) = \text{Log}_a x + \text{Log}_a y$$

#### Ejemplo:

$$\text{Log}_2 26 = \text{Log}_2 (13 \cdot 2) = \text{Log}_2 13 + \text{Log}_2 2 = \text{Log}_2 13 + 1$$

#### B. logaritmo de un cociente

$$\text{Log}_a (x/y) = \text{Log}_a x - \text{Log}_a y$$

#### Ejemplo:

$$\text{Log}_5 (2/3) = \text{Log}_5 2 - \text{Log}_5 3$$

#### C.

$$\text{Log}_{x^n} y^m = \frac{m}{n} \text{Log}_x y$$

#### Ejemplo:

$$\text{Log}_4 27 = \text{Log}_{2^2} 3^3 = \frac{3}{2} \text{Log}_2 3$$

#### D. Regla de la cadena

$$\text{Log}_x a \cdot \text{Log}_a b \cdot \text{Log}_b y = \text{Log}_x y$$

#### Ejemplo:

$$\text{Log}_2 7 \cdot \text{Log}_7 9 \cdot \text{Log}_9 16 = \text{Log}_2 16 = 4$$

#### E. Cambio de base

$$\text{Log}_a b = \frac{\text{Log}_x b}{\text{Log}_x a}$$

entonces:

$$\text{Log}_a b = \frac{1}{\text{Log}_b a}$$

#### Ejemplo:

$$\text{Log}_2 5 = \frac{\text{Log}_3 5}{\text{Log}_3 2} \text{ (se cambió a base 3)}$$

#### ¡Importante!

Las propiedades expuestas deben cumplir condiciones antes estudiadas en la definición.

## Cologaritmo

$$\text{Colog}_b N = \text{Log}_b (1/N) ; \begin{matrix} N > 0 \\ b \in \mathbb{R}^+ - \{1\} \end{matrix}$$

### Consecuencia

$$\text{Colog}_b N = -\text{Log}_b N$$

### Ejemplo:

$$\text{Colog}_3 243 = -\text{Log}_3 243 = -5$$

## Antilogaritmo

$$\text{Antilog}_b N = b^N$$

$$N \in \mathbb{R}$$

$$b \in \mathbb{R}^+ - \{-1\}$$

### Ejemplo:

$$\text{Antilog}_2 10 = 2^{10} = 1024$$

## • Trabajando en Clase

### Nivel I

1. Calcula el logaritmo de  $\sqrt[3]{4}$  en base  $\sqrt{8}$ .

2. Calcula:

$$A = \text{Log}_2 256 + \text{Colog}_5 25 - \text{Antilog}_4 2 + 8^{\text{Log}_2 5}$$

3. Calcula:

$$M = \text{Log}_3 12 + \text{Log}_3 15 - \text{Log}_3 20$$

### Nivel II

4. Calcula:  $E = \text{Log}_x 81$

$$\text{si: } x = \text{Log}_2 \sqrt{7} \cdot \text{Log}_{\sqrt{7}} 3 \cdot \text{Log}_3 8$$

5. Si:  $A = \text{Log}_5 \pi \cdot \text{Log}_\pi 3 \cdot \text{Log}_3 25$

$$\text{calcula: } M = \text{Log}_{16} a$$

6. Reduce:

$$F = \frac{\text{Log}_4 25}{\text{Log}_4 3} + \frac{\text{Log}_7 9/25}{\text{Log}_7 3}$$

7. Calcula:

$$F = \text{Log}(1+1/2) + \text{Log}(1+1/3) + \text{Log}(1+1/4) + \dots + \text{Log}(1+1/199)$$

### Nivel III

8. Si  $\text{Log}_2 5 = a$ . Calcula  $\text{Log}_{40} 500$ .

9. Si  $\text{Log}_5 3 = x$ . Calcula:  $\text{Log}_{75} 135$

10. Calcula el valor de:

$$M = a^{\text{Log}_a 1} + a^{\text{Log}_a 2} + a^{\text{Log}_a 3} + \dots + a^{\text{Log}_a 100}$$

11. Calcula:

$$A = 7^{\text{Log}_7 5^{\text{Log}_5 3}}$$

12. Calcula:  $A = \text{Antilog}_2 \text{Colog}_3 \text{Log}_2 512$

## Tarea domiciliaria N° 13

1. Calcula el logaritmo de  $\sqrt[3]{9}$  en base  $\sqrt[3]{3}$ .

- a) 1                      b) -1                      c) 1/2  
d) -2                      e) 2

2. Calcular:

$$R = \frac{\log_5 125 + \log_2 64}{\log_{27} 3 - \log_{25} 5}$$

- a) -27                      b) 27                      c) 1/54  
d) -1                      e) -54

3. Calcular:

$$E = \log_4 256 - \operatorname{Colog}_3 729 - \operatorname{Antilog}_2 3$$

- a) 1                      b) 4                      c) 2  
e) 8                      e) 3

4. Calcular:

$$E = 27^{\log_9 16} + 4^{\log_8 125}$$

- a) 8                      b) 125                      c) 27  
d) 216                      e) 64

5. Calcula:  $E = \log_x 32$

$$x = \log_{\sqrt[3]{5}} \sqrt{5} \cdot \log_{\sqrt{5}} 27 \cdot \log_{27} \sqrt[3]{81}$$

- a) 1                      b)  $\frac{2}{5}$                       c) 2  
d)  $\frac{3}{5}$                       e)  $\frac{5}{2}$

6. Calcular:

$$\frac{\log_8 16 \cdot \log_3 12 \cdot \log_5 8}{\log_5 16 \cdot \log_9 12}$$

- a) 3                      b) 2                      c)  $\frac{1}{3}$   
d) 4                      e)  $\frac{1}{2}$

7. Si:  $\log 2 = a$ ;  $\log 3 = b$

hallar:  $\log(3!4!)$  en función de «a» y «b»

- a)  $a + 2b$                       b)  $3a + b$                       c)  $2a + b$   
d)  $4a - 2b$                       e)  $4a + 2b$

8. Si:  $-\text{Colog}(1/2) = x$

Calcula:  $\log_{20} 40$  en función de «x»

- a)  $\frac{2x-1}{x-1}$                       b)  $\frac{2x-1}{x+1}$   
c)  $\frac{-2x+1}{-x+1}$                       d)  $\frac{2x+1}{x-1}$   
e)  $\frac{x+1}{x-1}$