



fichas de Trabajo

MATEMÁTICA

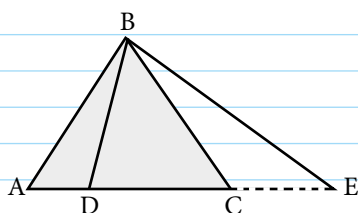
5^{to}

SECUNDARIA

LÍNEAS Y PUNTOS NOTABLES EN EL TRIÁNGULO

Ceviana

Es aquel segmento que une un vértice con un punto del lado opuesto o de su prolongación.

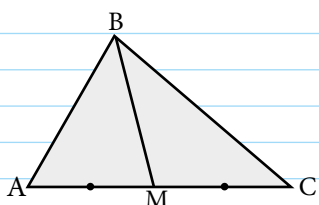


En el $\triangle ABC$.

- ⊕ $\overline{BD}$: Ceviana interior del $\triangle ABC$.
- ⊕ $\overline{BE}$: Ceviana exterior del $\triangle ABC$.

Mediana

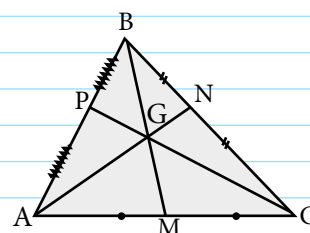
Es aquel segmento que une un vértice con el punto medio de su lado opuesto.



En el $\triangle ABC$

- ⊕ $\overline{BM}$: mediana $\Rightarrow AM = MC$

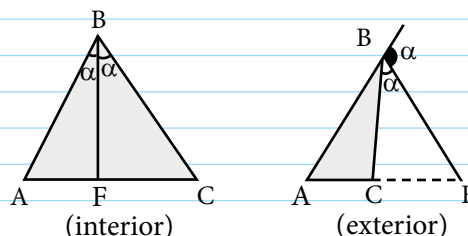
Baricentro



$$G: \text{Baricentro} \left\{ \begin{array}{l} BG = 2GM \\ AG = 2GN \\ CG = 2GP \end{array} \right.$$

Bisectriz

Es aquella ceviana interior o exterior que biseca a la medida de un ángulo.



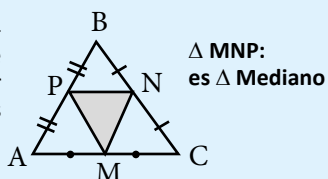
En el $\triangle ABC$

- ⊕ $\overline{BF}$: Bisectriz del $\triangle ABC$.



Nota:

Triángulo Mediano. - Es aquel triángulo que se determina al unir los puntos medios de los lados de un triángulo.

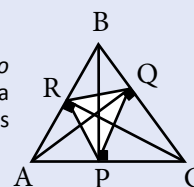


$\triangle MNP$:
es $\triangle$ Mediano



Nota:

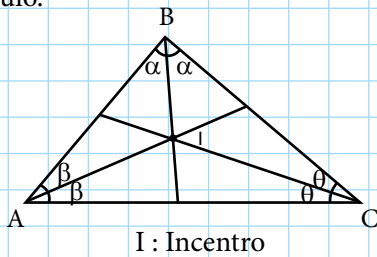
El Triángulo Órtico o Pedal. - se determina al unir los pies de las alturas del triángulo.



$\triangle PQR$: es el $\triangle$ Órtico o Pedal

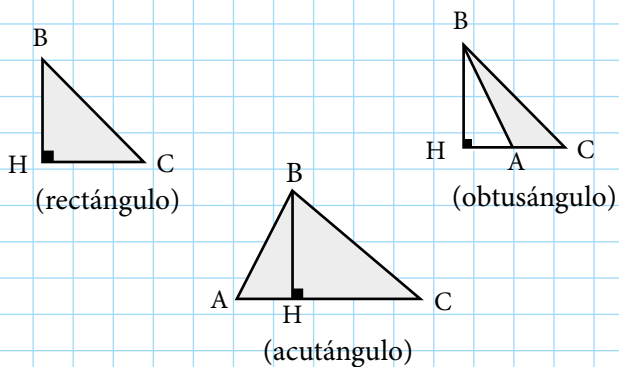
Incentro

Es el punto de intersección de las bisectrices internas del triángulo.



Altura

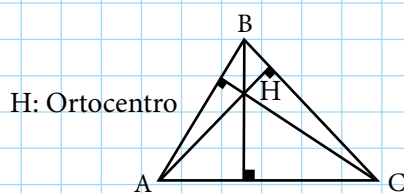
Es la ceviana perpendicular al lado opuesto.



En el $\triangle ABC$
 $\oplus$ BH: Altura del $\triangle ABC$.

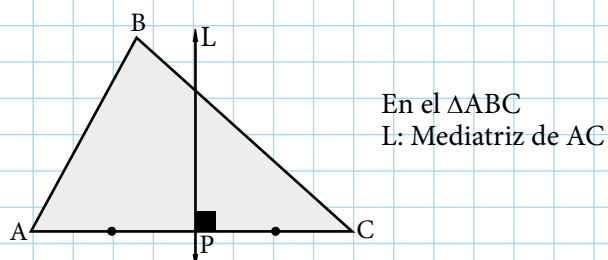
Ortocentro

Es punto de intersección de las alturas.



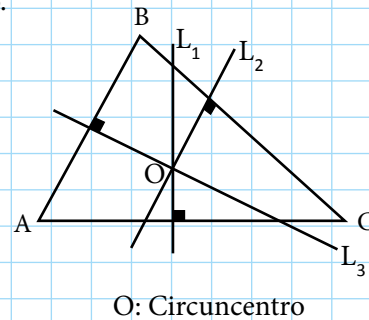
Mediatriz

Es una recta perpendicular a un lado en su punto medio.



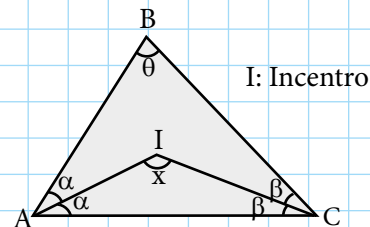
Circuncentro

Es el punto de intersección de las mediatrices de un triángulo.



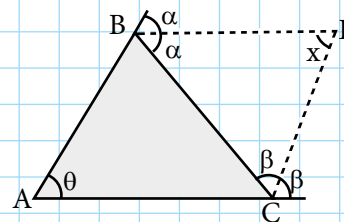
Propiedades

- 1) Ángulo determinado por dos bisectrices interiores.



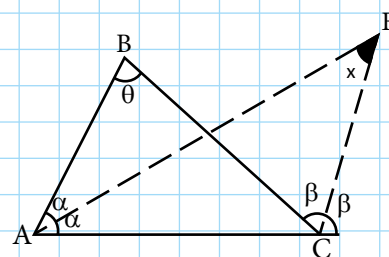
$$x = 90^\circ + \frac{\theta}{2}$$

- 2) Ángulo determinado por las bisectrices de dos ángulos exteriores.



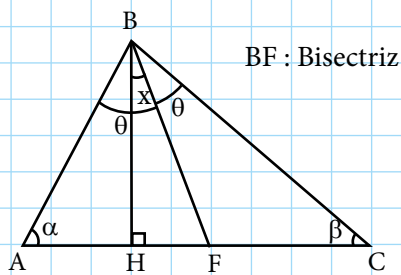
$$x = 90^\circ - \frac{\theta}{2}$$

- 3) Ángulo determinado por las bisectrices de un ángulo interior y un ángulo exterior.



$$x = \frac{\theta}{2}$$

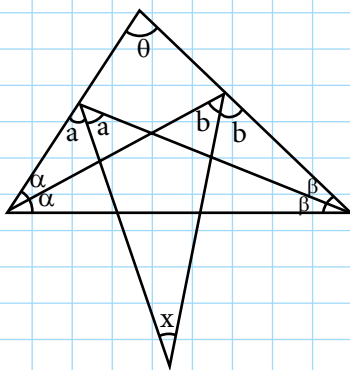
- 4) Ángulo determinado por una bisectriz y una altura que parten de un mismo vértice.



$$x = \frac{\alpha - \beta}{2}$$

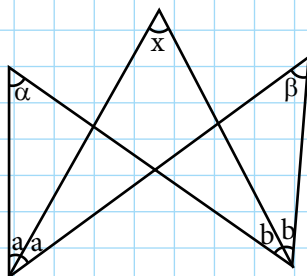
Propiedades adicionales

Propiedad 1



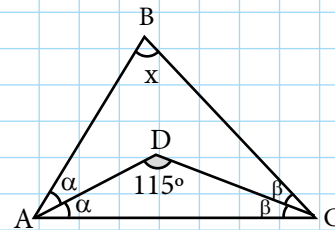
$$x = 45^\circ - \frac{\theta}{4}$$

Propiedad 2



$$x = \frac{\alpha + \beta}{2}$$

- 1) Calcula x.



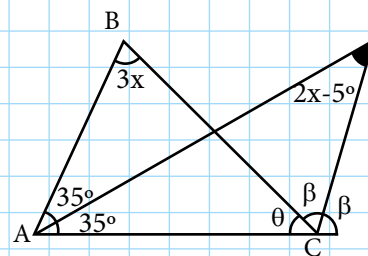
Resolución:

Por la propiedad de las dos bisectrices de ángulos interiores.

$$115^\circ = 90^\circ + x/2$$

$$25^\circ = x/2 \Rightarrow x = 50^\circ \downarrow$$

- 2) Calcular θ .



Resolución:

Como $\overline{AE}$ es bisectriz interior y $\overline{CE}$ es bisectriz exterior.

Se cumple:

$$2x - 5^\circ = 3x/2$$

$$4x - 10^\circ = 3x$$

$$4x - 3x = 10^\circ$$

$$x = 10^\circ \downarrow$$

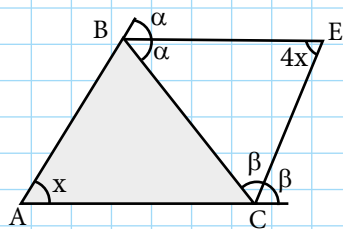
Luego en ΔABC :

$$70^\circ + 3x + \theta = 180^\circ$$

$$70^\circ + 30^\circ + \theta = 180^\circ$$

$$\theta = 80^\circ \downarrow$$

3) Calcula x .



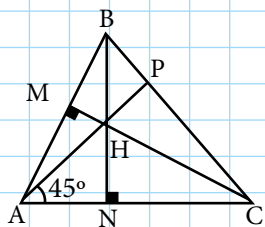
Resolución:

Como $\overline{BE}$ y $\overline{CE}$ son bisectrices exteriores, luego se cumple la propiedad:

$$4x = 90^\circ - \frac{x}{2} \Rightarrow 4x + \frac{x}{2} = 90^\circ$$

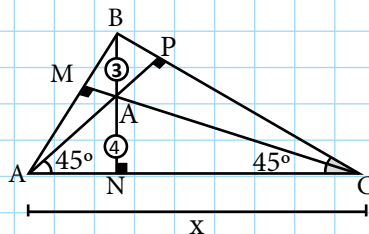
$$\frac{9x}{2} = 90^\circ \Rightarrow x = 20^\circ$$

4) Calcula AC si $BH = 3$ y $HN = 4$.



Resolución:

Como $\overline{BN}$ y $\overline{CM}$ son alturas, entonces H es el ortocentro. Luego se traza $\overline{AP}$ siendo también altura.



Por Δ APC:

$$m \angle ACP = 45^\circ$$

Por Δ Notable:

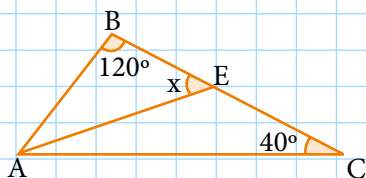
$$HN = AN; BN = NC$$

$$x = AN + NC = 4 + 7 = 11$$

Trabajando en Clase

Nivel I

1. En el gráfico, $\overline{AE}$ es una bisectriz. Calcula "x".

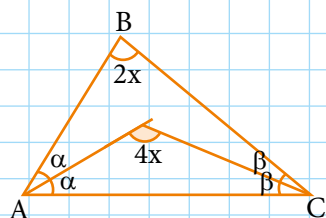


- a) 80° b) 50° c) 60°
d) 70° e) 45°

2. En el triángulo ABC se traza la bisectriz interior $\overline{BP}$, tal que $AB=BP=PC$. Calcula $m\angle A$.

- a) 40° b) 36° c) 72°
d) 44° e) 48°

3. Calcula "x".



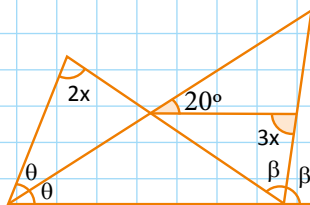
- a) 30° b) 45° c) 20°
d) 25° e) 60°

4. En el triángulo ABC se sabe que $m\angle B = 60^\circ$ y $m\angle C = 12^\circ$. Halla la medida del ángulo que forman entre sí las alturas trazadas de los vértices B y C.

- a) 40° b) 80° c) 72°
d) 56° e) 62°

Nivel II

5. Calcula "x".

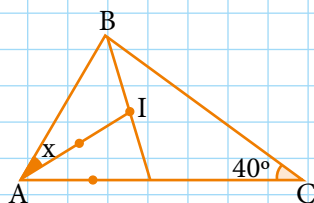


- a) 10° b) 30° c) 15°
d) 40° e) 20°

6. En el triángulo ABC, se traza la altura $\overline{BH}$ y la bisectriz interior $\overline{AE}$ las cuales se cortan en el punto "F". Calcula "BE" si $BF = 12$.

- a) 6 b) 8 c) 10
d) 12 e) 14

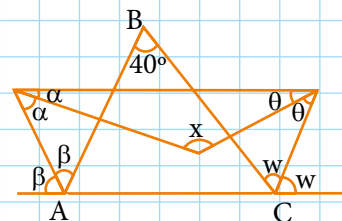
7. Calcula "x" si I es el incentro.



- a) 20° b) 30° c) 10°
d) 40° e) 25°

Nivel III

8. En la figura halla x si $m\angle B = 40^\circ$

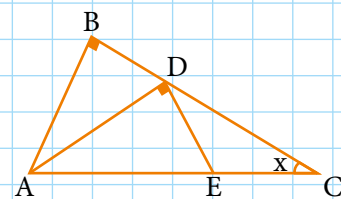


- a) 120° b) 125° c) 130°
d) 135° e) 140°

9. En un triángulo ABC se sabe que $m\angle A - m\angle C = 36^\circ$. Calcula el ángulo formado por la bisectriz interior del ángulo ABC y la mediatriz del lado AC.

- a) 36° b) 24° c) 18°
d) 9° e) 12°

10. En la figura, calcula "x" si $\overline{AD}$ es bisectriz y $DE = EC$.



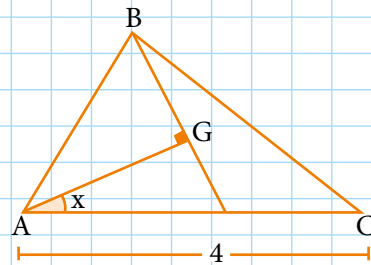
- a) 20° b) 25° c) 30°
d) 35° e) 40°

Tarea domiciliaria N° 2

1. En un $\triangle ABC$ se traza las medianas $\overline{AM}$ y $\overline{CN}$ formando un ángulo de 90° . Si $AM = 15$ y $CN = 36$, calcula AC .

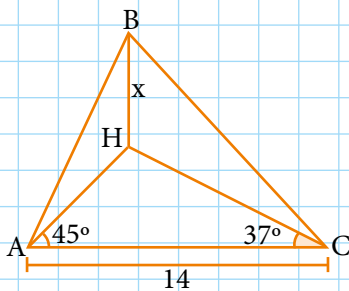
Rpta :

2. Si G es el baricentro del $\triangle ABC$ y $BG = 2$, calcula x .



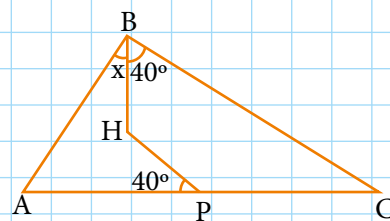
Rpta :

3. Calcula x si H es el ortocentro del $\triangle ABC$.



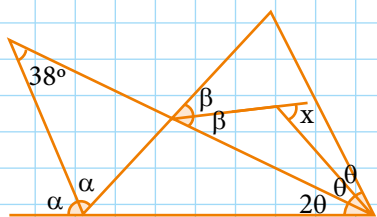
Rpta :

4. Si H es el ortocentro del $\triangle ABC$ y $BH = HP$, calcula x .



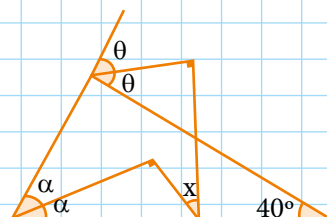
Rpta :

5. Calcula x .



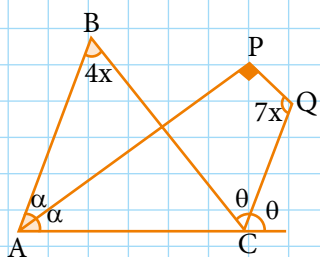
Rpta :

6. Calcula " x ".



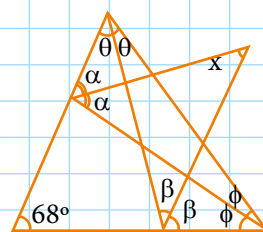
Rpta :

7. Calcula " x ".



Rpta :

8. Calcula " x ".



Rpta :