Fichas de Trabajo

MATEMÁTICA

5to PRIMARIA

LEYES DE EXPONENTES - RADICACIÓN

RADICACIÓN I

Es la operación inversa a la potenciación, y consiste en que dados dos números llamados «cantidad subradical» e «índice», se requiere encontrar otro número llamado «raíz».

índice, raíz

$\sqrt[n]{a} = b$; porque $b^n = a$

cantidad subradical o radicando

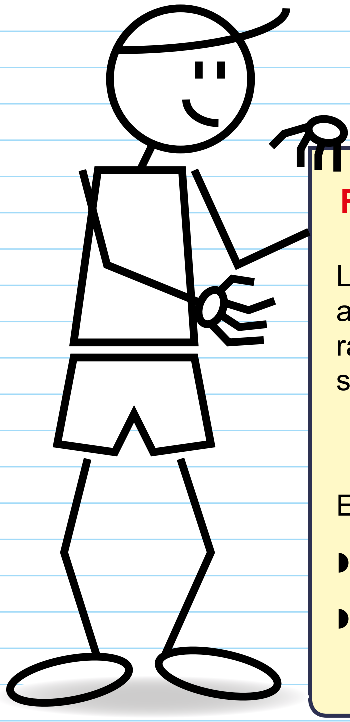
Se debe cumplir:
«La raíz elevada al índice da como resultado la cantidad subradical o radicando».

Ejemplos:

- $\sqrt[3]{27} = 3$ porque $3^3 = 27$
  Se lee: «La raíz cúbica de veintisiete es tres».

  aquí está el «2» tácitamente
- $\sqrt{16} = 4$ porque $4^2 = 16$
  Se lee: «La raíz cuadrada de dieciséis es cuatro».

- $\sqrt[5]{32} = 2$ porque $2^5 = 32$
  Se lee: «La raíz quinta de treinta y dos es dos».



Raíz enésima de la unidad

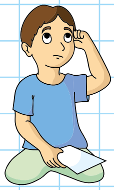
La raíz enésima de uno es igual a uno; es decir, si extraemos la raíz de cualquier índice a uno, siempre será igual a uno.

$\sqrt[n]{1} = 1$ porque $1^n = 1$

Ejemplos:

- $\sqrt[5]{1} = 1$ porque $1^5 = 1$.
- $\sqrt[9]{1} = 1$ porque $1^9 = 1$.

RADICACIÓN EN $\mathbb{Z}$



Esta semana estudiaremos en el radicando cantidades enteras (positivas y negativas).

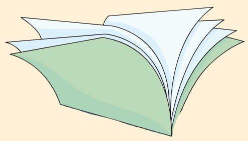
CASO I: RADICANDO POSITIVO

Índice: Par/impar → raíz positiva

$$\sqrt[\text{par/impar}]{\oplus} = \oplus$$

Ejemplos:

- $\sqrt{100} = 10$
- $\sqrt[3]{8} = 2$
- $\sqrt[4]{81} = 3$



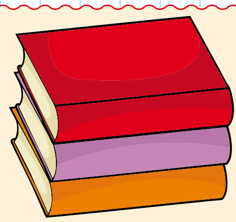
CASO II: RADICANDO NEGATIVO

Índice: Impar → raíz negativa

$$\sqrt[\text{impar}]{\ominus} = \ominus$$

Ejemplos:

- $\sqrt[3]{-27} = -3$
- $\sqrt[13]{-1} = -1$
- $\sqrt[5]{-32} = -2$



Índice: par → la raíz no pertenece a $\mathbb{Z}$

$$\sqrt[\text{par}]{\ominus} \notin \mathbb{Z}$$

Ejemplos:

- $\sqrt{-9} \notin \mathbb{Z}$

No existe un número entero que elevado al cuadrado dé como resultado –9.

Esta semana trabajaremos las operaciones combinadas.

Resolvemos las operaciones del radicando.

$$A = \underbrace{\sqrt{18 + 7}} - \underbrace{\sqrt[5]{8 \times 4}} + \underbrace{\sqrt[13]{-1}}$$

$$A = \underbrace{\sqrt{25}} - \underbrace{\sqrt[5]{32}} + \underbrace{(-1)}$$

$$A = 5 \quad \underbrace{-2 \quad -1}$$

$$A = \underbrace{5 - 3}$$

$$A = 2$$

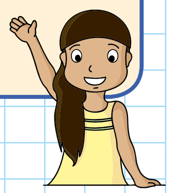
Recuerda

Recuerda el orden:

1° → Radicación y potencia
2° → Multiplicación y división
3° → Suma y resta

$$C = \sqrt{\sqrt{25} + 2^2} - \sqrt[5]{-31 - 1} + (-2)^3$$
$$C = \sqrt{5 + 4} - \sqrt[5]{-32} + (-8)$$
$$C = \sqrt{9} - (-2) - 8$$
$$C = 3 + 2 - 8$$
$$C = 5 - 8$$
$$C = -3$$

$$B = \sqrt{3^2 + 5^2 + 2^1} + 3\sqrt{36} + 13^0$$
$$B = \sqrt{9 + 25 + 2} + 3(6) + 1$$
$$B = \sqrt{36} + 18 + 1$$
$$B = 6 + 18 + 1$$
$$B = 25$$



TEORÍA DE EXPONENTES PARA LA RADICACIÓN:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Se divide el exponente de la cantidad subradical entre el índice.

Ejemplos:

tácitamente es 2

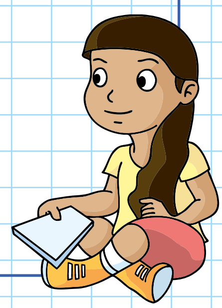
- $\sqrt{x^{8}} = x^{\frac{8}{2}} = x^4$
- $\sqrt[5]{m^{25}} = m^{\frac{25}{5}} = m^5$
- $\sqrt[9]{2^{27}} = 2^{\frac{27}{9}} = 2^3 = 8$
- $\sqrt[5x]{3^{20x}} = 3^{\frac{\cancel{20x}}{\cancel{5x}}} = 3^4 = 81$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

El numerador del exponente fraccionario es el exponente de la cantidad subradical, y el denominador es el índice de la raíz.

Ejemplos:

- $x^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{x^5}$
- $36^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{36^1} = \sqrt{36} = 6$
- $m^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{m^1} = \sqrt[5]{m}$
- $16^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{16^1} = \sqrt[4]{16} = 2$



TEORÍA DE EXPONENTES PARA LA RADICACIÓN II

Separamos en un producto de raíces, el índice afecta a cada factor.

$$\underbrace{\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}}_{\text{producto}}$$

Ejemplos:

- $\sqrt[4]{m \cdot n} = \sqrt[4]{m} \cdot \sqrt[4]{n}$
- $\sqrt[3]{27 \cdot 8} = \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{8} = 3 \cdot 2 = 6$
- $\sqrt[5]{x^{15} \cdot y^{20}} = \sqrt[5]{x^{15}} \cdot \sqrt[5]{y^{20}} = x^{\frac{15}{5}} \cdot x^{\frac{20}{5}} = x^3\, y^4$

Si los índices son iguales, se pueden juntar en una sola raíz manteniendo el mismo índice.

$$\underbrace{\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}}_{\text{producto}}$$

Ejemplos:

- $\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{y} = \sqrt[3]{x \cdot y}$
- $\sqrt[4]{8} \cdot \sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{8 \cdot 2} = \sqrt[4]{16} = 2$
- $\sqrt[7]{x} \cdot \sqrt[7]{x^{13}} = \sqrt[7]{x \cdot x^{13}} = \sqrt[7]{x^{1+13}} = \sqrt[7]{x^{14}} = x^2$

Trabajando en clase

1. Completa:

A)

- $\sqrt{25}$ = ________ porque $5^{\square}$ = ________
- $\sqrt[3]{8}$ = ________ porque $2^{\square}$ = ________
- $\sqrt[4]{81}$ = ________ porque $3^{\square}$ = ________
- $\sqrt[7]{1}$ = ________ porque $1^{\square}$ = ________

B)

- $\sqrt{100}$ = ________ porque $10^{\square}$ = ________
- $\sqrt[3]{27}$ = ________ porque $3^{\square}$ = ________
- $\sqrt[4]{16}$ = ________ porque $2^{\square}$ = ________
- $\sqrt[3]{64}$ = ________ porque $4^{\square}$ = ________

2. Resuelve:

A. Resuelve:

$$A = \sqrt{25} + \sqrt[3]{8} - \sqrt[7]{1}$$

B. Resuelve:

$$M = \sqrt[3]{27} - \sqrt{100} + \sqrt[3]{64}$$

C. $A = (\sqrt{4} \times \sqrt[3]{27}) + (\sqrt{9} \times \sqrt[4]{16})$

D. $B = (\sqrt{25} \times \sqrt[4]{81}) + (\sqrt[5]{32} \times \sqrt[6]{1})$

3. Resuelve:

I)

a. $\sqrt[3]{-8}$ = ________ **c.** $\sqrt[5]{32}$ = ________

b. $\sqrt[7]{-1}$ = ________ **d.** $\sqrt{-16}$ = ________

II)

a. $\sqrt[3]{-64}$ = ________ **c.** $\sqrt{-4}$ = ________

b. $\sqrt[15]{-1}$ = ________ **d.** $\sqrt[3]{125}$ = ________

4. a) Calcula:

$$M = \sqrt[15]{-1} + \sqrt[3]{-8} + \sqrt{49}$$

b) Efectúa:

$$T = \sqrt[15]{-1} - \sqrt[3]{-8} + \sqrt[4]{16}$$

c) Resuelve:

$$R = 5\sqrt[3]{8} - 4\sqrt[5]{-32} + 2\sqrt{64}$$

5. a) $A = \sqrt{-32 + 36} + \sqrt[5]{16 \times 2} + \sqrt[17]{-1}$

b) $M = \sqrt{-18 + 27} + \sqrt[3]{9 \times 3} + \sqrt[19]{-1}$

6. a) $T = \sqrt[6]{x^{30}} \cdot \sqrt[3]{x^{18}} \cdot \sqrt[5]{x^5} \cdot x^{3^2}$

b) $M = \sqrt[7]{x^7} \cdot \sqrt[18]{x^{36}} \cdot \sqrt[8]{x^{40}} \cdot x^{2^3}$

7. a) $M = \sqrt[3]{64 \cdot 8} - \sqrt[5]{2^{10}}$

b) $D = \sqrt[4]{16 \cdot 81} - \sqrt[10]{3^{20}}$

c) $M = \sqrt{9 \cdot 16} + \sqrt[9]{5^{18}} - 7^1$

8. Calcula el valor de M + 7.

$$M = \frac{(\sqrt[3]{125} \times \sqrt{100})}{\sqrt[4]{16}}$$

9. Calcula el valor de N + 5.

$$N = \frac{(\sqrt{144} \times \sqrt{16})}{\sqrt[5]{32}}$$

10. Efectúa:

$$M = \sqrt[3]{25 + 2} - \sqrt[13]{-1} - (-2)^3$$

Tarea domiciliaria N° 12

1. Completa:

- $\sqrt[3]{125}$ = ________ porque $5^{\square}$ = ______
- $\sqrt{36}$ = ________ porque $6^{\square}$ = ______
- $\sqrt[5]{32}$ = ________ porque $2^{\square}$ = ______
- $\sqrt{196}$ = ______ porque $14^{\square}$ = ______

2. $A = \sqrt{9} + \sqrt[3]{27} - \sqrt[8]{1}$

a) 5 c) 6 e) 7
b) 10 d) 11

$B = \sqrt{16} + \sqrt[5]{32} + \sqrt[7]{1}$

a) 9 c) 8 e) 3
b) 5 d) 7

3. $M = \sqrt[3]{-125} - \sqrt[5]{243} + \sqrt{36}$

a) 2 c) –2 e) 7
b) –5 d) 5

$T = \sqrt[17]{-1} - \sqrt[3]{-64} - \sqrt{81}$

a) 6 c) 13 e) –6
b) 8 d) –8

4. $S = \sqrt[3]{-1} + \sqrt[4]{16} - \sqrt[5]{-32}$

a) 3 c) –3 e) 4
b) 1 d) 8

$E = \sqrt[3]{-64} + \sqrt[3]{8} - \sqrt[11]{-1} - 5^{1}$

a) 3 c) –3 e) 4
b) 1 d) 8

5. $T = \sqrt[4]{21-5} + \sqrt[3]{-25-2} + 16^0$

a) -2　　c) -1　　e) 0

b) 2　　d) 1

$R = \sqrt[3]{-8} + \sqrt{11-2} + \sqrt[3]{9 \times 3}$

a) 4　　c) 13　　e) 10

b) 9　　d) -5

6. $R = \sqrt{a^{10}} \cdot \sqrt[15]{a^{15}} \cdot \sqrt[4]{a^{40}} \cdot a^{5^2}$

a) 41　　c) a^{23}　　e) a^{26}

b) a^{41}　　d) a^{31}

$N = \sqrt[9]{b^{18}} \cdot \sqrt[5]{a^{10}} \cdot \sqrt[3]{b^9} \cdot \sqrt[4]{a^{12}}$

a) $b^{15}\,a^4$　　c) $b^5\,a^8$　　e) $a^{10}\,b^2$

b) $b^5\,a^5$　　d) $b^5\,a^3$

7. Calcula el valor de P + 11:

$$P = \frac{\left(\sqrt{81} \times \sqrt[6]{64}\right)}{\sqrt{9}}$$

a) 6　　c) 5　　e) 16

b) 9　　d) 17

8. Calcula el valor de N + 12:

$$N = \frac{\left(\sqrt{49} \times \sqrt[3]{64}\right)}{\sqrt[4]{1}}$$

a) 28　　c) 40　　e) 42

b) 18　　d) 20