



Fichas de Trabajo

MATEMÁTICA

4^{to}

SECUNDARIA

INTERVALOS Y DESIGUALDADES

Desigualdad

Es aquella comparación que se establece entre dos números reales, mediante símbolos: $<$, $>$, $\leq$, $\geq$.

Si $a \wedge b \in \mathbb{R}$, se tiene:

$a > b$: «a es mayor que b»

$a < b$: «a es menor que b»

$a \geq b$: «a es mayor o igual que b»

$a \leq b$: «a es menor o igual que b»

Ley de tricotomía

Dados dos números reales «a» y «b», entre ellos solo se puede establecer una de las siguientes relaciones:

$$a > b$$

$$a = b$$

$$a < b$$

Definiciones

Dados $a, b, c, d \in \mathbb{R}$

► $a \geq b \Leftrightarrow a > b \vee a = b$

► $a < b < c \Leftrightarrow a < b \wedge b < c$

► Si $a < b \rightarrow a + c < b + c$

► Si $a < b \wedge c < d \Rightarrow a + c < b + d$

► Si $a < b \wedge c < 0 \Rightarrow ac > bc$

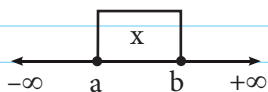
► Si $a < b \wedge c > 0 \Rightarrow ac > bc$

Intervalo

Es un subconjunto de los números reales; es decir, aquel que está formado de infinitos elementos que representan a todos los números reales comprendidos entre dos extremos, llamados extremo superior y extremo inferior.

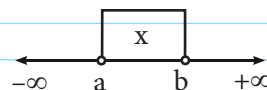
Tipos de intervalo

► Intervalo cerrado:



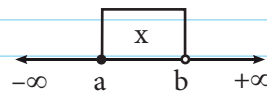
$$\Rightarrow x \in [a; b] \Leftrightarrow a \leq x \leq b$$

► Intervalo abierto:

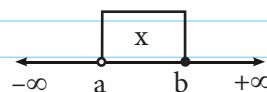


$$\Rightarrow x \in]a; b[\Leftrightarrow a < x < b$$

► Intervalo semiabierto o semicerrado:



$$\Rightarrow x \in [a; b[\Leftrightarrow a \leq x < b$$



$$\Rightarrow x \in]a; b] \Leftrightarrow a < x \leq b$$

Teoremas

► $\forall a \in \mathbb{R}; a^2 \geq 0$

► Si $a > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{a} > 0$

► Si $a < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{a} < 0$

► $a + \frac{1}{a} \geq 2; \forall a \in \mathbb{R}^+$

► $a + \frac{1}{a} \leq -2; \forall a \in \mathbb{R}^-$

► $a^2 + b^2 \geq 2ab; \forall a, b \in \mathbb{R}$

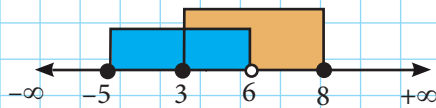
► $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$

► Media aritmética $\geq$ media geométrica

Operación con intervalos

a) Unión de intervalos:

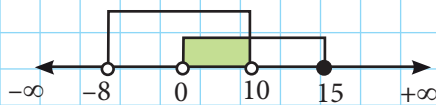
$$\text{Si } A = [3; 8] \wedge B = [-5; 6[$$



$$\Rightarrow A \cup B = [-5; 8]$$

b) Intersección de intervalos:

$$\text{Si } A =]-8; 10[; B =]0; 15]$$

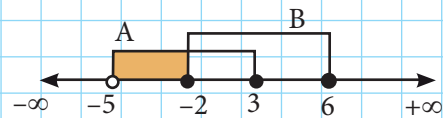


$$\Rightarrow A \cap B =]0; 10[$$

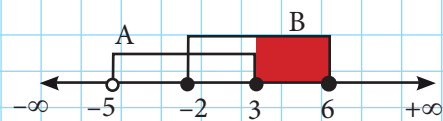
c) Diferencia de intervalos:

$$\text{Si } A =]-5; 3] \wedge B = [-2; 6]$$

$$\Rightarrow A - B =]-5; -2[$$



$$\Rightarrow B - A =]3; 6]$$



Trabajando en Clase

Nivel I

1. Si $A = [-5; 8]$ $B = [-10; 5[$

determina: $A \cap B$; $A - B$

2. Si: $A = \langle -\infty; 3[$ $B = [0; +\infty)$

determina: $A \cup B \wedge B - A$

3. Si $-5 \leq x < 3$

¿a qué intervalo pertenece $-2x + 4$?

Da como respuesta la suma del mayor y menor valor entero.

Nivel II

4. Si $-5 \leq x < 7$,

¿a qué intervalo pertenece $\frac{2}{x+7}$?

5. Si $-10 < x \leq 3$,

¿a qué intervalo pertenece: $\frac{3}{x+13}$?

6. Indica a qué intervalo pertenece:

$$f(x) = \frac{4}{x^2+4}$$

7. Si $x \in \langle -4; 2]$, además $x^2 - 2 \in [a; b)$, calcula: $a + b$

Nivel III

8. Indica el mayor valor entero que cumple con:

$$\frac{x+1}{2} - 3 \leq \frac{x+2}{3} - 4 \leq \frac{1-x}{4} + 8$$

9. Indica el mayor valor entero que cumple con:

$$\frac{x+2}{2} - 5 \leq \frac{x-1}{3} - 2 \leq \frac{x+2}{4} + 5$$

10. Si $x \in \langle 0; 7)$, entonces encuentra la suma de los extremos del intervalo al que pertenece:

$$y = \frac{5-x}{x+3}$$

11. Si «a» y «b» son dos números reales, de modo que $a^2 + b^2 = 3$, ¿cuál es el menor valor que puede tomar «a + b»?

12. Si $x \in \langle -4; 6]$, determina a qué intervalo pertenece $-x^2 + 8x - 6$.

Tarea domiciliaria N° 10

1. Si $A = [-10; 5]$

$$B = [-3; 7[$$

determina: $A \cap B \wedge A - B$

a) $[-3; 5]$, $[-10; -3]$

b) $\langle -3; 5]$; $[-10; -3]$

c) $[-3; 5]$; $[-10; -3]$

d) $\langle -3; 5]$; $\langle -10; -3]$

e) $\langle -3; 5]$; $[-10; -3]$

2. Si $A = \langle -\infty; 10]$

$$B =]-2; +\infty\rangle$$

determina: $A \cup B \wedge B - A$

a) $\langle -\infty; 0]$; $[-2; +\infty\rangle$

b) $\langle -\infty; +\infty]$; $\langle 10; +\infty\rangle$

c) $\langle -\infty; 0]$; $[10; +\infty]$

d) $\langle -\infty; 0]$; $\langle 10; +\infty\rangle$

e) $\langle -\infty; -2]$; $[0; +\infty]$

3. Si $x \in -10 \leq x < -2$, ¿a qué intervalo pertenece $-3x + 8$? Da como respuesta la suma del mayor y menor valor entero?

a) 54

b) 55

c) 40

d) 42

e) 53

4. Si $x \in \langle -2; 4]$, ¿a qué intervalo pertenece $-\frac{1}{x+3}$?

a) $\langle -1; -\frac{1}{7} \rangle$

b) $\left[-1; -\frac{1}{7}\right]$

c) $\left[-1; -\frac{1}{7}\right]$

d) $\langle -1; -\frac{1}{7} \rangle$

e) $\langle \frac{1}{7}; 1 \rangle$

5. Indica a qué intervalo pertenece: $f(x) =$

$$\frac{7}{x^2 + 7}$$

a) $\left\langle 0; -\frac{1}{7} \right\rangle$

b) $\left\langle 0; \frac{1}{7} \right]$

c) $[0; 1]$

d) $\left[0; \frac{1}{7} \right\rangle$

e) $\left[0; -\frac{1}{7} \right\rangle$

6. Si $x \in \langle -5; 3 \rangle$; además $x^2 - 6 \in [m; n)$, calcula «m + n».

a) 18

b) 25

c) 13

d) 15

e) 17

7. Si $x \in \langle -5; 2 \rangle$ y $2 - x^2 \in \langle a; b \rangle$, determina «a + b».

a) -20

b) -21

c) -24

d) -19

e) -22

8. Indica a qué intervalo pertenece $f(x) = -x^2 + 6x$; si $x \in \mathbb{R} \wedge 0 < x < 6$

UNALM 2012 - II

a) $\langle 0; 9 \rangle$

b) $\langle 0; 9 \rangle$

c) $\langle -6; 18 \rangle$

d) $\langle 0; +\infty \rangle$

e) $\langle -\infty; 3 \rangle$