



fichas de Trabajo

MATEMÁTICA

INECUACIONES

4^{to}

SECUNDARIA

Inecuación lineal

Una inecuación lineal o de primer grado en una variable «x» es una desigualdad de la forma:

$$ax + b > 0 \text{ o } ax + b < 0$$

Ejemplo:

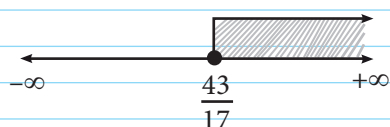
$$\frac{5x-1}{2} + \frac{x-2}{3} \geq 6$$

$$15x - 3 + 2x - 4 \geq 36$$

$$17x \geq 43$$

$$x \geq \frac{43}{17}$$

Solución gráfica:



$$\Rightarrow x \in \left[\frac{43}{17}; +\infty \right)$$

Inecuación cuadrática

Forma general: $\forall a; b; c \in \mathbb{R}; a \neq 0$

▮ $P(x) = ax^2 + bx + c > 0$

▮ $P(x) = ax^2 + bx + c < 0$

▮ $P(x) = ax^2 + bx + c \geq 0$

▮ $P(x) = ax^2 + bx + c \leq 0$

Resolución de inecuaciones por puntos críticos

Este método lo empleamos para resolver desigualdades de grado mayor o igual a 2.

- ▮ Se factoriza la expresión dada.
- ▮ Se hallan los puntos críticos igualando cada factor a cero.
- ▮ Se llevan los puntos críticos a la recta numérica.
- ▮ Se ponen los signos alternadamente, empezando por la derecha.
- ▮ La solución de la inecuación se define escogiendo la zona de acuerdo con el sentido de la desigualdad.

Importante

Si la inecuación es $> 0 \Rightarrow$ zona positiva.

Si la inecuación es $< 0 \Rightarrow$ zona negativa.

Ejemplo:

$$x^2 - 15x + 36 > 0$$

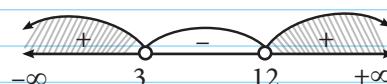
$$x \quad -12$$

$$x \quad -3$$

$$\overbrace{(x-12)(x-3)}^{\text{mayor que cero}} > 0$$

$$\frac{0}{0} \quad \frac{0}{0}$$

Puntos críticos: $x = 12$; $x = 3$



$$\Rightarrow x \in \langle -\infty; 3 \rangle \cup \langle 12; +\infty \rangle$$

Inecuación racional

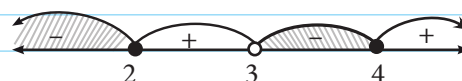
Para resolver se siguen los pasos que el anterior ejemplo, pero teniendo en cuenta que el denominador es diferente de cero.

Ejemplo:

$$\frac{x^2 - 6x + 8}{x - 3} \leq 0$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{0}{(x-4)(x-2)}}{\frac{x-3}{0}} \leq 0 \quad \text{zona negativa} ; x \neq 3$$

$x = 4$; $x = 2$; $x = 3$



$$\Rightarrow x \in \langle -\infty; 2 \rangle \cup \langle 3; 4 \rangle$$

Importante

Teorema del trinomio positivo

Si el polinomio $P(x) = ax^2 + bx + c$; $\{a, b, c\} \subset \mathbb{R}$ tiene discriminante (Δ) negativo y $a > 0$

$$\Rightarrow ax^2 + bx + c > 0; \forall x \in \mathbb{R}$$

• Trabajando en Clase

Nivel I

1. Resuelve:

$$(3x - 2)^2 > (2x - 3)^2$$

2. Resuelve:

$$(4x + 1)^2 \leq (3x + 1)^2 + 5$$

3. Resuelve:

$$(x + 1)^2 \leq (x - 1)^2 + 4$$

Nivel II

4. Resuelve:

$$\frac{(2x + 3)^2}{2} - \frac{(4x + 5)(x - 1)}{3} < 1 - \frac{x}{6}$$

5. Resuelve:

$$\frac{x^2}{3} + \frac{3x}{2} < \frac{x+2}{3}$$

6. Si $]a; b[$ es el conjunto solución de:

$$3x - 1 < x + 3 < 3x + 7, \text{ calcula «a + b»}.$$

7. La suma de los números enteros que simultáneamente cumplen las inecuaciones:

$$6x + \frac{5}{7} > 4x + 7 \dots (1)$$

$$\frac{3x^2 + 75}{2} > 2x^2 - 5x \dots (2) \text{ es:}$$

Nivel III

8. El conjunto solución de:

$$\sqrt{x^2 - 1} - x < 0$$

9. Resuelve:

$$\sqrt{x^2 - 7x + 10} < x - 4$$

10. La suma de todos los números enteros positivos que satisfacen simultáneamente las inecuaciones.

$$\begin{cases} \frac{n}{5} + 14 \leq \frac{3n+24}{2} \\ \frac{n+1}{4} - 29 \leq -10 \end{cases}$$

11. Un ómnibus parte de Ica a Lima con cierto número de pasajeros y se detiene en Pisco. Si bajase la tercera parte, en el ómnibus quedarían más de 15 personas; en cambio, si bajase la mitad, en el ómnibus quedarían menos de 13. ¿Cuántas personas partieron de Ica?

12. La inecuación $x^2 - 2bx - c < 0$ tiene como conjunto solución $\langle -3; 5 \rangle$. Halla «b + c».

Tarea domiciliaria N° 11

1. Resuelve:

$$(4x - 1)^2 > (x - 4)^2$$

a) $\langle -\infty; 1]$

b) $\langle -\infty; -1] \cup [1; +\infty)$

c) $\langle -\infty; -1]$

d) $\langle -\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

e) $[-1; +\infty)$

2. Resuelve:

$$(2x + 3)^2 \leq 3x^2 + 2x$$

a) $\langle -9; -1]$

b) $\langle 1; 9)$

c) $\langle 1; 9]$

d) $[-9; -1]$

e) $\langle -9; -1)$

3. Resuelve:

$$(3x + 1)^2 \leq (3x - 1)^2 + 12$$

a) $\langle -\infty; 1]$

b) $[1; +\infty)$

c) $\langle 1; +\infty)$

d) $\langle -1; +\infty)$

e) $\langle -\infty; 2]$

4. Resuelve: $4 - x^2 \leq 0$

a) $[-2; +\infty)$

b) $\langle -\infty; -2]$

c) $\langle -2; +\infty)$

d) $\langle -\infty; -2)$

e) $\langle -\infty; -2] \cup [2; +\infty)$

5. Si $]m, n[$ es el conjunto solución de:

$4x + 2 < 3x + 5 < 4x + 15$, calcula «m.n».

- a) 20 b) -20 c) 30
d) 10 e) -30

6. La suma de los números enteros que simultáneamente cumplen las inecuaciones:

$$7x + 3 > 6x - 2 \quad \dots (1)$$

$$\frac{2x^2 + 7}{3} > x^2 - 2x \dots (2) \text{ es:}$$

- a) 15 b) 10 c) 20
d) 21 e) 27

7. Resuelve:

$$\frac{ax+b}{5} + b < \frac{bx+a}{5} + a; (a < b)$$

- a) $\langle -\infty; 5 \rangle$ b) $\langle 5; +\infty \rangle$
c) $\langle -6; 6 \rangle$ d) $\langle -\infty; 6 \rangle$
e) $\langle 6; +\infty \rangle$

8. Resuelve:

$$\frac{-x^2 + 3x + 10}{x^2 + 7x + 10} \geq 0$$

Indica la suma del mayor y menor valor entero que puede tomar «x».

- | | | |
|-------|-------|------|
| a) -5 | b) -2 | c) 1 |
| d) 2 | e) 3 | |