



Marco teórico

FACTORIZACIÓN

Es transformar un polinomio en el producto indicado de factores primos.

En la multiplicación algebraica se tiene:

$$\underbrace{(x+3)}_{\text{factores}} \underbrace{(x^2-3x+9)}_{\text{producto}} \equiv x^3 + 27$$

El problema que nos planteamos ahora es el siguiente: dado el polinomio producto, debemos hallar los factores que lo originan. Si conseguimos los factores, se habrá factorizado el polinomio.

Así:

$$x^3 + 27 \equiv (x+3)(x^2-3x+9)$$

Factor primo

Es aquel polinomio que no admite descomposición.

Ejemplos:

- ▶ x : 1; x
- ▶ $x+1$: 1; $x+1$
- ▶ $x-2$: 1; $x-2$

Conteo de factores primos

El número de factores primos de un polinomio (factorizado) se obtiene contando los factores primos que se encuentran como base de una potencia y que contienen la variable.

Ejemplos:

- ▶ $P(x) = 4(x-2)^2(x+3)^2(x+y)^5$
Tiene 3 factores primos
- ▶ $Q(x) = 3x(x-3)^2(x^2+2)^2(x^2+y)^2$
Tiene 4 factores primos:
 - ❖ 2 lineales: x ; $x-3$
 - ❖ 2 cuadráticas: x^2+2 ; x^2+y

Criterios para factorizar

Existen diversos criterios para factorizar polinomios, entre ellos tenemos:

1. Factor común y agrupación

Se aplica en polinomios donde todos sus términos tienen una o más variables y/o constantes comunes.

En caso de no haber algún factor común, se agrupará convenientemente tratando de que aparezca algún factor común.

Ejemplos:

Factoriza:

$$5x^{10}y^5 - 10x^7y^8 - 25x^{11}y^9 = 5x^7y^5(x^3 - 2y^3 - 5x^4y^4)$$

Factoriza:

$$(a+b+c)m^2 + (a+b+c)n^2 + (a+b+c)p^2 \\ = (a+b+c)(m^2 + n^2 + p^2)$$

Factoriza:

$$\begin{array}{c} a^2x^2 + b^2y^2 + a^2y^2 + b^2x^2 \\ \hline \end{array}$$

Agrupando en forma conveniente:

$$a^2(x^2 + y^2) + b^2(x^2 + y^2)$$

Sacando el factor común:

$$(x^2 + y^2)(a^2 + b^2)$$

2. Criterio de las identidades

Consiste en aplicar los productos notables en forma inversa.

A. Trinomio cuadrado perfecto

$$\begin{array}{c} (x \pm y)^2 = x^2 \pm 2xy + y^2 \\ \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \\ x \quad \quad \quad y \\ 2(x)(y) = 2xy \end{array}$$

Factoriza:

$$\begin{array}{c} x^2 + 6xy + 9y^2 = (x+3y)^2 \\ \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \\ x \quad \quad \quad 3y \\ 2(x)(3y) = 6xy \end{array}$$

B. Diferencia de cuadrados

$$(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$$

Factoriza: $x^4 - 1$

Resolución:

Dando la forma de diferencia de cuadrados:

$$(x^2)^2 - (1)^2 = (x^2 + 1)(x^2 - 1)$$

Podemos seguir descomponiendo:

$$x^4 - 1 = (x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)$$

C. Suma y diferencia de cubos

$$\begin{aligned}(x + y)(x^2 - xy + y^2) &= x^3 + y^3 \\ (x - y)(x^2 + xy + y^2) &= x^3 - y^3\end{aligned}$$

Factoriza: $64a^6 - b^6$

Por diferencia de cuadrados

$$(8a^3 + b^3)(8a^3 - b^3)$$

Ahora factorizamos por suma y diferencia de cubos:

$$(2a + b)(4a^2 - 2ab + b^2)(2a - b)(4a^2 + 2ab + b^2)$$

3. Criterio de aspa simple

Se aplica para factorizar polinomios de la siguiente forma:

$$P(x) = Ax^{2n} + Bx^n + C \text{ o } P(x; y) = Ax^{2m} + Bx^m y^n + Cy^{2n} \\ \{m, n\} \in \mathbb{N}$$

Ejemplos:

Factoriza: $P(x) = x^2 + 8x + 15$

$5 \Rightarrow +5x$
 $3 \Rightarrow +3x$
 $8x$

Luego:

Se toman los factores en forma horizontal.

$$P(x) = (x + 5)(x + 3)$$

Factoriza:

$P(x) = 10x^2 - 13x - 3$, descomponiendo los extremos

$5x \Rightarrow 2x$
 $-6 \Rightarrow -15x$
 $-13x$

Luego: $P(x) = (5x + 1)(2x - 3)$

• Trabajando en Clase

Nivel I

1. Determina el número de factores primos en el polinomio:

❖ $P(x, y) = 51a^3x^5y^3(x - 3)^4(2x + 3y)^6$

❖ $Q(x, z) = 13y^4x^3(x + y)^4(x + z)^4z^7(y + 1)^3$

2. Factoriza:

$$P(m, n) = 3mn - 6m^2 + 12m$$

3. Factoriza:

$$P(x, y) = 3x^2y^3 + 6x^3y^2 + 9x^4y$$

e indica la cantidad de factores primos.

4. Factoriza: $P(x, y) = 2x^2 + y^2 - xy - 2xy$

e indica la suma de factores primos.

Nivel II

5. Factoriza: $P(m, n) = 3m^2 + n^2 - mn - 3mn$

e indica el factor primo con mayor suma de coeficientes.

6. Factoriza:

$$P(x) = 6x^2 - x - 2$$

indica la suma de factores primos.

7. Factoriza:

$$P(x) = x^2 - 3x - 40$$

e indica el factor primo con mayor término independiente.

8. Factoriza: $P(x, y) = x^2 + xz + yz - y^2$

señala la suma de factores primos.

Nivel III

9. Factoriza: $P(m, n) = m^2 + mp - np - n^2$

10. Factoriza: $P(m, n) = 4m^2 - n^2$

11. Factoriza: $R(x, y) = x^3 - 8y^3$. Indica el factor primo con mayor suma de coeficientes.

12. Factoriza: $M(x, y) = x^6 - y^6$

Tarea domiciliaria N°6

1. Determina la cantidad de factores primos en

$$P(x, y) = 3x^2y^3(2x + y)^2(3x - 1)^4z^5$$

- a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

2. Factoriza:

$$P(a, b) = 3ab - 6b^2 - 12a^2b$$

indica un factor primo.

- a) $3b$
b) b
c) $(3b + c)$
d) $(a + 2b + 4a^2)$
e) $(a + 2b)$

3. Factoriza:

$$P(a, b, c) = 6a^5b^4c^6 + 2a^2b^7c^6 - 10a^2b^4c^9$$

e indica la cantidad de factores primos.

- a) 2 b) 4 c) 6
d) 5 e) 3

4. Factoriza:

$$P(x) = x^2 - 5x - 24$$

- a) $(x + 3)(x + 8)$
b) $(x - 3)(x + 8)$
c) $(x - 1)(x - 4)$
d) $(x - 8)(x + 3)$
e) $(x - 6)(x + 1)$

5. Factoriza:

$$P(x) = 6x^2 - 5x - 6$$

e indica la suma de factores primos.

- a) $5x + 1$ b) $x - 1$ c) $5x - 1$
d) $5x - 5$ e) $5x + 5$

6. Factoriza:

$$P(x, y) = 4x^2 - 9y^6$$

e indica la cantidad de factores primos.

- a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

7. Factoriza:

$$P(a, b) = 9a^2 - 4b^2$$

e indica la suma de factores primos.

- a) $6a$ b) $3a$ c) $4b$
d) $-6a$ e) $9a$

8. Factoriza:

$$P(a, b, m) = ab^2 + am^2 + b^2m + ma^2$$

e indica la cantidad de factores primos.

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5