



fichas de Trabajo

MATEMÁTICA

5^{to}

SECUNDARIA

EJERCICIOS DE DIVISIBILIDAD

I. CONCEPTO

Se dice que un número es divisible por otro cuando el cociente de su división resulta siempre un número entero.

Sean «a», «b» y «c» números enteros.

Si:

$$\begin{array}{r} a \quad | \quad b \\ 0 \quad c \end{array}$$

$$\text{o } \frac{a}{b} = c \quad b \in \mathbb{Z}^+$$

Entonces podemos afirmar lo siguiente:

«a» es múltiplo de «b»
«b» es divisor de «a»

Notación:

$\overset{\circ}{n} \rightarrow$ se lee múltiplo de n

Ejemplo:

$\overset{\circ}{11} \rightarrow$ se lee múltiplo de 11

II. Representación general de los múltiplos de un número

Observemos los múltiplos de $\overset{\circ}{7}$:

$\overset{\circ}{7}$: ..., -14; -7; 0; 7; 14; 21; ...

↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓

..., 7(-2); 7(-1); 7(0); 7(1); 7(2); 7(3); ...

En general, todo múltiplo de siete es de la forma:

$$\overset{\circ}{7} = 7k \quad \text{con } k \in \mathbb{Z}$$

En general:

$$\overset{\circ}{n} = nk$$

III. NÚMEROS NO DIVISIBLES

Ejemplos:

Expresa 43 en función de 9

Por defecto

$$\begin{array}{r} 43 \quad | \quad 9 \\ 7 \quad 4 \end{array}$$

$$43 = 9 \times 4 + 7$$

$$43 = \overset{\circ}{9} + 7$$

→ sobran 7

Por exceso

$$\begin{array}{r} 43 \quad | \quad 9 \\ 2 \quad 5 \end{array}$$

$$43 = 9 \times 5 - 2$$

$$43 = \overset{\circ}{9} - 2$$

→ faltan 2

• Propiedad:

Si:

$$N = \overset{\circ}{A} + \textcircled{6}$$

$$N = \overset{\circ}{B} + \textcircled{6}$$

$$N = \overset{\circ}{C} + \textcircled{6}$$

→ residuos iguales

$$\Rightarrow N = \overline{\text{MCM}(\overset{\circ}{A}, \overset{\circ}{B}, \overset{\circ}{C})} + 6$$

IV. OPERACIONES CON MÚLTIPLOS

1. $\overset{\circ}{n} + \overset{\circ}{n} + \overset{\circ}{n} = \overset{\circ}{n}$

2. $\overset{\circ}{n} - \overset{\circ}{n} = \overset{\circ}{n}$

3. $k \cdot \overset{\circ}{n} = \overset{\circ}{n}$ cuando $k \in \mathbb{Z}$

4. $\prod_{L} \overset{\circ}{n}^k = \overset{\circ}{n}$ cuando $k \in \mathbb{Z}$

V. TEOREMA DE ARQUÍMEDES

Casos prácticos:

Caso 1: si $5a = \overset{\circ}{9} \rightarrow a = \overset{\circ}{9}$

Caso 2: $9x = 45 \rightarrow x = \overset{\circ}{5}$

Esquema Formulario

NÚMEROS DIVISIBLES

1. $\overset{\circ}{n} + \overset{\circ}{n} = \overset{\circ}{n}$
2. $\overset{\circ}{n} - \overset{\circ}{n} = \overset{\circ}{n}$
3. $\overset{\circ}{n} : k = \overset{\circ}{n}$ $k \in \mathbb{Z}$
4. $\prod_{L} \overset{\circ}{n} N^k = \overset{\circ}{n}$ $k \in \mathbb{Z}$

NÚMEROS NO DIVISIBLES

5. $(\overset{\circ}{n} + r_1)(\overset{\circ}{n} + r_2) = \overset{\circ}{n} + r_1 \cdot r_2$
6.
$$\left. \begin{array}{l} N = \overset{\circ}{a} \pm r \\ N = \overset{\circ}{b} \pm r \\ N = \overset{\circ}{c} \pm r \end{array} \right\} N = \overline{\text{MCM}(\overset{\circ}{a}, \overset{\circ}{b}, \overset{\circ}{c})} \pm r$$
7.
$$\begin{array}{l} 4 \cdot x = \overset{\circ}{7} \rightarrow x = \overset{\circ}{7} \\ 4 \cdot x = \overset{\circ}{8} \rightarrow x = \overset{\circ}{2} \end{array}$$

Trabajando en Clase

Nivel I

1. De los primeros 600 números enteros positivos, ¿cuántos son múltiplos de 7?
2. ¿Cuántos números de 4 cifras son $\overset{\circ}{7} + 2$?
3. Al dividir «M» entre 7, el residuo fue 5; además, «N», al dividirse entre 7, dejó un residuo igual a 4. ¿Qué residuo se obtendrá al dividir «M x N» entre 7?

Nivel II

4. ¿Cuántos números de 4 cifras son múltiplos de 17 y terminan en cifra 3?
5. ¿Cuántos números de 3 cifras son múltiplos de 15 y terminan en cifra 0?

6. Si $5A = \overset{\circ}{10}$ y $3B = \overset{\circ}{15}$ (A y B son enteros), entonces el producto A x B es necesariamente:

7. Simplifica:

$$E = (\overset{\circ}{7} + 1) + (\overset{\circ}{7} + 2) + (\overset{\circ}{7} + 3) + \dots + (\overset{\circ}{7} + 70)$$

Nivel III

8. Si $\overline{76m9n}$ es un múltiplo de 107, determina el máximo valor de (m + n)
9. Si $\overline{52a6b}$ es un múltiplo de 115, calcula el máximo valor de a + b

10. Del 1 al 358, determina:

- I. ¿Cuántos son múltiplos de 7?
- II. ¿Cuántos no son múltiplos de 11?

Da como respuesta la suma de ambos términos

11. El numeral que resulta de: $\overline{aaa} - \overline{bbb}$ siempre es divisible por:

12. En una reunión se cuenta entre 400 y 450 personas, de las cuales $\frac{3}{7}$ son varones; los $\frac{2}{5}$ usan lentes y los $\frac{2}{3}$ son profesionales. ¿Cuántas mujeres había en la reunión?

Tarea domiciliaria N° 4

1. ¿Cuántos números de 3 cifras son múltiplos de 15?

- a) 60 b) 85 c) 105
d) 120 e) 175

2. ¿Cuántos números de 3 cifras son $\frac{5}{2} + 2$?

- a) 115 b) 185 c) 180
d) 135 e) 200

3. Al dividir A entre 11, el residuo fue 7; además, B, al dividirse entre 11, dejó un residuo igual a 9. ¿Qué residuo se obtendrá al dividir $(A \times B)^2$ entre 11?

- a) 6 b) 5 c) 4
d) 3 e) 2

4. De los primeros 500 números:
I. ¿Cuántos son múltiplos de 37?
II. ¿Cuántos no son múltiplos de 29?
Da como respuesta la suma de ambos términos.

- a) 30 b) 45 c) 42
d) 36 e) 39

5. Si $9A = \overset{\circ}{3}\overset{\circ}{6}$ y $5B = \overset{\circ}{7}$ (A y B son enteros), entonces el producto $A \times B$ es necesariamente:

- a) $\overset{\circ}{1}\overset{\circ}{4}$ b) $\overset{\circ}{2}\overset{\circ}{8}$ c) $\overset{\circ}{3}\overset{\circ}{5}$
d) $\overset{\circ}{2}\overset{\circ}{1}$ e) $\overset{\circ}{7}$

6. Simplifica:

$$E = (\overset{\circ}{6} + 2) + (\overset{\circ}{6} + 4) + (\overset{\circ}{6} + 6) + \dots + (\overset{\circ}{6} + 40)$$

- a) $\overset{\circ}{6} + 2$ b) $\overset{\circ}{6} + 4$ c) $\overset{\circ}{6} + 1$
d) $\overset{\circ}{6}$ e) $\overset{\circ}{6} + 3$

7. Los números comprendidos entre 400 y 1500 divisibles al mismo tiempo por 18 y 75 tienen suma igual a ____.

- a) 1350 b) 2350 c) 1800
d) 1600 e) 2700

8. El numeral E siempre es divisible entre:

$$E = \overline{aaa} + \overline{bbb}$$

- a) 7 b) 11 c) 37
d) 9 e) 103