



fichas de Trabajo

MATEMÁTICA

2^{do}

SECUNDARIA

ECUACIONES EXPONENCIALES

Concepto

Las ecuaciones exponenciales son aquellas en las que la incógnita está como exponente o también como base y exponente a la vez.

Ejemplo:

- $3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} = 39$
- $x^{-x} = 4$

Propiedades

1. Si:

$$a^m = a^n \rightarrow m = n ; \forall a \neq 0, 1, -1$$

Ejemplo:

Resuelve: $25^{x-1} = 125^{2-x}$

Después de expresar 25 y 125 como potencias de 5, tenemos:

$$(5^2)^{x-1} = (5^3)^{2-x}$$

Efectuando operaciones en los exponentes:

$$5^{2x-2} = 5^{6-3x}$$

Bases iguales, exponentes iguales:

$$2x - 2 = 6 - 3x$$

Resolvemos y obtenemos que:

$$x = 8/5$$

2. Si:

$$x^x = a^a \rightarrow x = a$$

Ejemplo:

Resuelve: $x^{-x} = 4$

Expresa el exponente negativo y el 4 como potencia de 2 en:

$$\frac{1}{x^x} = 2^2$$

Efectuando operaciones:

$$x^x = \frac{1}{2^2}$$

El 2^2 también se puede expresar como $(-2)^2$, así:

$$x^x = \frac{1}{(-2)^2}$$

Por exponente negativo:

$$x^x = (-2)^{(-2)}$$

Por analogía: $x = -2$

3. Si:

$$a^x = b^x \Rightarrow a = b \Leftrightarrow a > 1 \wedge b > 0$$

Además, si $x = 0 \Rightarrow a \neq b$

Ejemplo:

Resuelve:

$$(5n)^x = (n+2)^x$$

De la ecuación se deduce:

$$5n = n + 2$$

Efectuando las operaciones obtenemos:

$$n = \frac{1}{2}$$

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Halla "x" en:

$$125^{x-3} = 25^{2x+1}$$

Resolución:

$$\begin{aligned}(5^3)^{x-3} &= (5^2)^{2x+1} \\ 5^{3x-9} &= 5^{4x+2} \\ \rightarrow 3x - 9 &= 4x + 2 \\ 3x - 4x &= 2 + 9 \\ -x &= 11 \\ \rightarrow x &= \underline{-11}\end{aligned}$$

2. Resuelve:

$$2^{x+1} \cdot 4^{x+2} = 8$$

Resolución:

$$\begin{aligned}2^{x+1} \cdot (2^2)^{x+2} &= 2^3 \\ 2^{x+1} \cdot 2^{2x+4} &= 2^3 \\ 2^{3x+5} &= 2^3 \\ \rightarrow 3x + 5 &= 3 \\ 3x &= 3 - 5 \\ 3x &= -2 \\ x &= \underline{-2/3}\end{aligned}$$

3. Resuelve:

$$(4x)^{4x} = 2^{24}$$

Resolución:

$$\begin{aligned}(4x)^{4x} &= 2^{3(8)} \\ (4x)^{4x} &= (2^3)^8 \\ (4x)^{4x} &= 8^8 \\ \rightarrow 4x &= 8 \\ x &= 8/4 \\ x &= \underline{2}\end{aligned}$$

4. Resuelve:

$$2^{38x} = 512$$

Resolución:

$$\begin{aligned}2^{38x} &= 2^9 \\ \rightarrow 38x &= 9 \\ 38x &= 3^2 \\ \rightarrow 8x &= 2 \\ (2^3)^x &= 2 \\ 2^{3x} &= 2^1 \\ \rightarrow 3x &= 1 \\ x &= \underline{1/3}\end{aligned}$$

5. Resuelve:

$$x^x = \sqrt[3]{4/9}$$

Resolución:

$$\begin{aligned}x^x &= \sqrt[3]{(2/3)^2} \\ x^x &= (2/3)^{2/3} \\ \rightarrow x &= \underline{2/3}\end{aligned}$$

• Trabajando en Clase

Nivel I

1. Halla "x" en:

$$2^{x+1} \cdot 2^{3x-5} \cdot 2^{5x-9} = 2^5$$

- a) 4 b) 6 c) 8
d) 2 e) 10

2. Resuelve:

$$3^{4-x} \cdot 9^{6+x} \cdot 27^{10-x} = 81^{4+x}$$

- a) 4 b) 5 c) 6
d) 7 e) 8

3. Resuelve:

$$3^{4x+3} = 3^{16^{2x-5}}$$

- a) 3/13 b) 7/12 c) 13/3
d) 10/3 e) 1/9

4. Resuelve:

$$\sqrt{2^{x-2}} \cdot \sqrt[3]{2^{3-2x}} \cdot \sqrt[5]{2^{x-1}} = 1$$

- a) 2 b) 4 c) 5
d) 6 e) 8

Nivel II

5. Resuelve:

$$9 = \sqrt{\frac{3^x}{\sqrt{3}}}$$

- a) 2 b) 3 c) 1/2
d) 9/2 e) 2/3

6. Halla "x" en:

$$\sqrt{8^{x+3}} = \sqrt[4]{32^{3x+1}}$$

- a) 13/9 b) 9/13 c) 1/3
d) 1/6 e) 1/5

7. Calcula "x" en:

$$\left[\left(\frac{1}{3} \right)^{-3} + \left(\frac{2}{5} \right)^{-2} + \left(\frac{4}{11} \right)^{-1} \right]^x = 216$$

- a) 1/2 b) 3/2 c) 2/3
d) 2 e) 3

Nivel III

8. Halla "x" en:

$$3^{x+4} = 27^{2x-1}$$

- a) 1/5 b) 7/5 c) 2/3
d) 1 e) 1/4

9. Resuelve:

$$2^{x+1} \cdot 4^{x+2} = 8$$

- a) 2/3 b) -2/3 c) 3/2
d) -3/2 e) -1/2

10. Halla "x" en:

$$8^{3^x} = \sqrt[3]{2^{9^x}}$$

- a) 2 b) 4 c) 3
d) -1 e) 3/4

11. Resuelve:

$$\underbrace{8 \cdot 8 \cdot 8 \dots 8}_{n \text{ veces}} = \underbrace{4 \cdot 4 \dots 4}_{(n+2) \text{ veces}}$$

- a) 4 b) 2 c) 8
d) -8 e) -2

12. Resuelve:

$$2^x \cdot 2^{3x-5} \cdot 2^{5x-9} = 2^5$$

- a) 1 b) 2 c) 19/9
d) 3 e) 6

Tarea domiciliaria N° 3

1. Calcula "x" en:

$$5^{4x+2} = 25$$

a) 1
d) 0

b) 2
e) 5

c) -1

2. Halla "x" en:

$$125^{x-3} = 25^{2x+1}$$

a) -10
d) -11

b) -9
e) -12

c) -2

3. Resuelve:

$$\sqrt[5]{25^{x-1}} = \sqrt[3]{5^{x+2}}$$

a) 12
d) 18

b) 14
e) 20

c) 16

4. Halla "x" en:

$$(2^{2x-2})^{2x-4} = 2^{16}$$

a) 1
d) 4

b) 2
e) 5

c) 3

5. Halla "x" en:

$$2^{5^{x-3}} = 2^{25^x}$$

- a) 1
d) 4

- b) 3
e) -1

- c) -3

6. Resuelve:

$$81^{4x-1} = 9^{x+5}$$

- a) 1
d) 5

- b) 2
e) 3

- c) 4

7. Resuelve:

$$\underbrace{8 \cdot 8 \cdot 8 \dots 8}_{(x+3) \text{ veces}} = \underbrace{16 \cdot 16 \cdot 16 \dots 16}_{"x" \text{ veces}}$$

- a) 4
d) 2

- b) 9
e) 1/8

- c) 2/3

8. Resuelve:

$$3^{x-1} + 3^{x-2} = 108$$

- a) 3
d) 7

- b) 5
e) 1/5

- c) 9