



fichas de Trabajo

MATEMÁTICA

3^{ro}

SECUNDARIA

ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO III

• Marco teórico

PROPIEDADES DE LAS RAÍCES

Sean $ax^2 + bx + c = 0$; $a \neq 0$ y sus raíces « x_1 » $\wedge$ « x_2 », podemos hallar el producto y la suma de raíces sin resolver la ecuación.

$$\text{Suma} = S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$\text{Producto} = P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

DIFERENCIA DE RAÍCES

Para hallar la diferencia de raíces es recomendable utilizar la propiedad de Legendre, así:

$$(x_1 + x_2)^2 - (x_1 - x_2)^2 = 4x_1 x_2$$

También existe una fórmula, que es la siguiente:

$$x_1 - x_2 = \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{a}$$

Ejemplo:

Sea $x^2 + x - 3 = 0$, entonces si su C.S. = $\{x_1, x_2\}$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{1}{1} = -1$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-3}{1} = -3$$

$$x_1 - x_2 = \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{a} = \pm \frac{\sqrt{1^2 - 4(1)(-3)}}{1} = \pm \sqrt{13}$$

Raíces simétricas

Llamamos así a las raíces cuya suma es cero, es decir:

$$x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow -\frac{b}{a} = 0 \Rightarrow b = 0$$

Por lo tanto,

Raíces simétricas $\Rightarrow$ $b = 0$

Ejemplo:

Calcula el valor de «m» si tiene raíces simétricas:

$$3x^2 - (2m - 8)x + 4 = 0$$

Resolución:

Sabemos:

Raíces simétricas $\Rightarrow b = 0$

Luego, reconociendo coeficientes:

$$a = 3 ; \quad b = -(2m - 8) ; \quad c = 4$$

$$-(2m - 8) = 0 \Rightarrow 8 - 2m = 0 \Rightarrow m = 4$$

Raíces recíprocas

Llamamos así a las raíces cuyo producto es la unidad, es decir:

$$x_1 \cdot x_2 \Rightarrow \frac{c}{a} = 1$$

$$\Rightarrow c = a$$

Por lo tanto,

Raíces recíprocas $\Rightarrow$ $c = a$

Ejemplo:

Calcula el valor de «m» si tiene raíces recíprocas:

$$(5m - 1)x^2 + 8x + 9 = 0$$

Resolución:

Sabemos:

Raíces recíprocas $\Rightarrow a = c$

Luego, reconociendo coeficientes:

$$a = 5m - 1 ; \quad b = 8 ; \quad c = 9$$

$$5m - 1 = 9 \Rightarrow 5m = 10 \Rightarrow m = 2$$

Raíz nula

Una raíz nula es aquella que vale cero; es decir, $x = 0$. Si reemplazamos $x = 0$ en $ax^2 + bx + c = 0$, obtenemos que $c = 0$, luego:

$$\text{raíz nula} \Rightarrow c = 0$$

Ejemplo:

Calcula «n» en $x^2 + 2x + n - 5 = 0$; si tiene una raíz nula.

Raíz nula $\Rightarrow c = 0$

$$\Rightarrow n - 5 = 0$$

$$\Rightarrow n = 5$$

• Trabajando en Clase

Nivel I

1. Sea $x^2 - 3x - 5 = 0$, calcula la suma, el producto y la diferencia de sus raíces.

2. Calcula «m» para cada caso en la ecuación:

$$(2m - 1)x^2 + (m - 2)x - 3m + 8 = 0$$

- I) Para que tenga raíces simétricas.
II) Para que tenga raíces recíprocas.
III) Para que tenga una raíz nula.

3. Sea $3x^2 - 5x + 7 = 0$ con raíces $\{x_1; x_2\}$ calcula:

$$E = x_1 + x_2 + x_1 x_2$$

4. Calcula el valor de «a» en la siguiente ecuación, si la suma de raíces es 3.

$$5x^2 - (a + 3)x + 12 = 0$$

Nivel II

5. Calcula el valor de «a» en la siguiente ecuación, si el producto de raíces es 4.

$$3x^2 - 5x + (m - 3) = 0$$

6. Si $3x^2 + 5x + 8 = 0$ de raíces $\{x_1; x_2\}$, calcula:

$$E = (x_1 + 1)(x_2 + 1)$$

7. Si la suma de raíces de $(2m - 3)x^2 + mx + 5 - m = 0$ es -4 , calcula el producto de raíces.

8. Si $5x^2 - 2x + 3 = 0$, cuyas raíces son $x_1 \wedge x_2$, calcula:

$$A = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$$

Nivel III

9. Si $2x^2 - 5x - 1 = 0$, cuyas raíces son $x_1 \wedge x_2$, calcula:

$$A = x_1^{-1} + x_2^{-1}$$

10. Si la ecuación: $2x^2 - 10x + 8 = 0$, donde «a» y «b» son raíces de la ecuación, calcula:

$$M = 4a + 4b - 3ab$$

11. Calcula «m» en la ecuación: $mx^2 + (m + 2)x + m - 1 = 0$, si se cumple que:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{2}$$

donde $\{x_1, x_2\}$ son raíces de la ecuación.

12. Si una raíz es el inverso multiplicativo de la otra en $(4k - 2)x^2 + (1 - 7k)x + 3k = 0$, calcula la suma de raíces.

Tarea domiciliaria N°10

1. Si $x^2 - 3x - 6 = 0$, calcula la suma y producto de raíces.

- | | | |
|------------------------|-------------------------|-----------------------|
| a) $S = 3$
$P = -6$ | b) $S = 2$
$P = 3$ | c) $S = 1$
$P = 6$ |
| d) $S = -3$
$P = 6$ | e) $S = -3$
$P = -6$ | |

2. Calcula "m" para que la ecuación:

$$(2m - 3)x^2 + (m - 3)x - 2m + 1 = 0$$

Tenga raíces simétricas.

- | | | |
|----------|----------|-----------|
| a) $3/2$ | b) $4/5$ | c) $-4/5$ |
| d) $1/2$ | e) 3 | |

3. Si $2x^2 - 6x - 8 = 0$ con raíces $\{a, b\}$, calcula:

$$E = a + b + 2ab$$

- | | | |
|-------|-------|-------|
| a) 5 | b) -4 | c) -1 |
| d) -6 | e) -5 | |

4. Si $2x^2 - 5x + 3 = 0$, de raíces $\{x_1; x_2\}$, calcula:

$$E = (x_1 + 1)(x_2 + 1)$$

- | | | |
|------|------|------|
| a) 4 | b) 6 | c) 3 |
| d) 5 | e) 2 | |

5. Si la suma de raíces de la ecuación:

$$(m - 3)x^2 + mx - m + 3 = 0$$

es 2, calcula el producto de raíces.

- a) -2 b) -1 c) 1
d) -3 e) 2

6. Calcula "m" en la ecuación, si el producto de raíces de la ecuación:

$$(m - 3)x^2 + 2x + m = 0 \text{ es } 3$$

- a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{9}{2}$ c) $\frac{5}{2}$
d) $\frac{3}{2}$ e) $\frac{7}{2}$

7. Si la ecuación: $3x^2 - 6x + 9 = 0$, donde "a" y "b" son raíces de la ecuación, calcula:

$$N = 3a + 3b - 2ab$$

- a) 0 b) 2 c) -2
d) 1 e) -1

8. Calcula "m" en la ecuación:

$$(m + 1)x^2 + (m + 2)x + m - 3 = 0$$

si se cumple que $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{2}$; donde $\{x_1, x_2\}$

son raíces de la ecuación.

- a) $\frac{4}{3}$ b) $\frac{5}{3}$ c) $-\frac{1}{3}$
d) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{1}{3}$