



fichas de Trabajo

MATEMÁTICA

3^{ro}

SECUNDARIA

DESIGUALDADES E INTERVALOS

Marco teórico

DEFINICIÓN

Una desigualdad expresa que una cantidad real o una expresión es mayor o menor que otra.

A continuación se indica el significado de los signos de desigualdad.

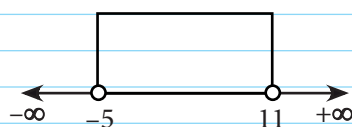
1. $a > b$ significa que «a» es mayor que «b» (o bien, que «a - b» es un número positivo).
2. $a < b$ significa que «a» es menor que «b» (o bien, que «a - b» es un número negativo).
3. $a \geq b$ significa que «a es mayor o igual a b».
4. $a \leq b$ significa que «a es menor o igual a b».
5. $0 < a < 2$ significa que «a es mayor que cero, menor que 2».
6. $-2 \leq x < 2$ significa que «x es mayor o igual que -2, pero menor que 2».

Las desigualdades $a > b$ y $c > d$ son del mismo sentido.

Las desigualdades $a > b$ y $e < f$ son de sentido contrario.

Intervalos abiertos

$$-5 < x < 11$$



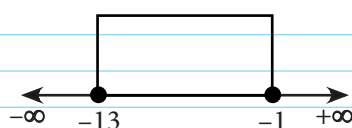
$$x \in \langle -5; 11 \rangle =]-5; 11[$$

Menor valor entero = -4

Mayor valor entero = 10

Intervalos cerrados

$$-13 \leq x \leq -1$$



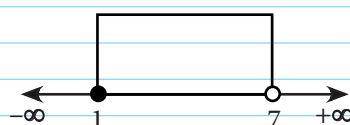
$$x \in [-13; -1]$$

Menor valor entero = -13

Mayor valor entero = -1

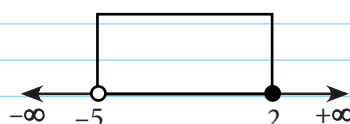
Intervalos semiabiertos o semicerrados

a) $1 \leq x < 7$



$$x \in [1; 7[\quad \text{o} \quad x \in [1; 7)$$

b) $-5 < x \leq 2$

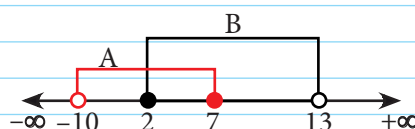


$$x \in]-5; 2] \quad \text{o} \quad x \in \langle -5; 2]$$

Operaciones con intervalos intersección y Unión:

Sean $A = \langle -10; 7 \rangle$; $B = [2; 13]$

Hallamos $A \cap B$ y $A \cup B$



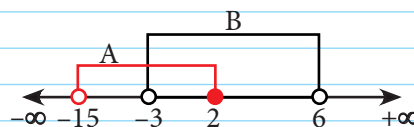
$$A \cap B = [2; 7]$$

$$A \cup B = \langle -10; 13 \rangle$$

Diferencia:

Sean: $\langle -15; 2 \rangle$, $B = \langle -3; 6 \rangle$

Hallamos: $A - B$ y $B - A$



$$A - B = \langle -15; -3 \rangle$$

$$B - A = \langle 2; 6 \rangle$$

PROPIEDADES DE LAS DESIGUALDADES

1. El sentido de una desigualdad no cambia si se suma o se resta un número real a sus dos miembros.

Ejemplo: $a < b \wedge c \in \mathbb{R}$, entonces:

$$a + c < b + c$$

$$a - c < b - c$$

Ejemplos numéricos:

Entonces:

$$\begin{aligned} \diamond -5 + 3 &< -1 + 3 \\ -2 &< 2 \text{ (no cambia)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \diamond -5 - 3 &< -1 - 3 \\ -8 &< -4 \text{ (no cambia)} \end{aligned}$$

2. El sentido de una desigualdad no cambia si se multiplica o se divide por un mismo número positivo sus dos miembros.

Si $a < b \wedge c > 0$, entonces:

$$\begin{aligned} a \cdot c &< b \cdot c \\ a/c &< b/c \end{aligned}$$

Ejemplos numéricos:

Si: $-10 < 15$; $c = 5 > 0$

Entonces:

$$\begin{aligned} \diamond -10(5) &< 15(5) \\ -50 &< 75 \text{ (no cambia)} \end{aligned}$$

$$\diamond \frac{-10}{5} < \frac{15}{5}$$

$$-2 < 3 \text{ (no cambia)}$$

3. El sentido de una desigualdad cambia cuando se multiplica o se divide por un mismo número negativo sus miembros.

Si: $a < b \wedge c < 0$,

Entonces: $a \cdot c > b \cdot c$
 $a/c > b/c$

Ejemplos numéricos:

$$\diamond 18 < 24 \wedge c = -6 < 0$$

Entonces: $18(-6) > 24(-6)$

$$-108 > -144 \text{ (cambia)}$$

$$\diamond \frac{18}{-6} > \frac{24}{-6}$$

$$-3 > -4 \text{ (cambia)}$$

$$4. \text{ Si } 0 < a < b \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$$

Si y solo si «a» y «b» tengan el mismo signo (ambos positivos o ambos negativos).

Ejemplos numéricos:

$$\diamond \text{ Si } 5 < 10, \text{ entonces: } \frac{1}{5} > \frac{1}{10} \text{ (cambia)}$$

$$\diamond \text{ Si } -4 < -2, \text{ entonces: } \frac{1}{4} > -\frac{1}{2} \text{ (cambia)}$$

5. Al elevar al cuadrado, debemos tener en cuenta:

$$\diamond \text{ Si } a < x < b \text{ con } a, b > 0$$

$$\text{Entonces: } a^2 < x^2 < b^2 \text{ (no cambia)}$$

$$\diamond \text{ Si } a < x < b \text{ con } a, b < 0$$

$$\text{Entonces: } b^2 < x^2 < a^2 \text{ (cambia)}$$

$$\diamond \text{ Si } a < x < b \text{ con } a < 0 \wedge b > 0$$

$$\text{Entonces: } 0 \leq x^2 < \max. \text{ de } \{a^2, b^2\}$$

• Trabajando en Clase

Nivel I

1. Si $x \in \langle -2; 5 \rangle$, indica la cantidad de valores enteros que puede tomar «x».

2. Si $A \in \langle -5; 10 \rangle$ y $B \in \langle -3; 15 \rangle$ determina:

$$A \cup B ; A \cap B ; A - B$$

3. Si $M \in [-8; 12]$ y $N = [-3; 2)$ determina:

$$M \cup N; M \cap B; M - N$$

4. Si $x \in \langle -3; 5 \rangle$ a qué intervalo pertenece: $A = 2x + 1$.

Nivel II

5. Si $x \in [-2; 7)$, a qué intervalo pertenece:

$$B = 3x + 2$$

6. Si $x \in \langle -6; -3 \rangle$, a qué intervalo pertenece:

$$P = -3x + 5$$

7. Si $A = [-8; -3]$ y $B = [-5; 10)$, determina la suma de valores enteros de $A \cap B$.

8. Si $x \in \langle 2; 5 \rangle$, a qué intervalo pertenece:

$$M = x^2 + 1$$

Nivel III

9. Si $x \in \langle -5; 3 \rangle$, a qué intervalo pertenece:

$$Q = -3x^2 + 3$$

10. Si $x \in \langle -8; -3 \rangle$, a qué intervalo pertenece:

$$R = 2x^2 + 10$$

11. Si $x \in \langle -2; 4 \rangle$, a qué intervalo pertenece:

$$F = 3x^2 - 5$$

12. Si $x \in \langle 4; 10 \rangle$, a qué intervalo pertenece:

$$P = \frac{12}{x+5}$$

Tarea domiciliaria N°11

1. Si $x \in \{-5; 2\}$, indica la cantidad de valores enteros que puede tomar "x".
- a) 4 b) 5 c) 6
- d) 7 e) 8

2. Si $A = \langle -7; 3 \rangle$ y $B = [-3; 10]$, determina $A \cap B$ e indica la suma de valores enteros.
- a) $[-3; 3]; 0$
b) $\langle -7; 10 \rangle; 0$
c) $\langle -3; 3 \rangle; 12$
d) $\langle -3; 3 \rangle; 0$
e) $[3; 10]; 42$

3. Si $A = \langle 1; 7 \rangle$ y $B = [4; 10]$, indica la cantidad de valores enteros que tienen $B - A$.
- a) 1 b) 2 c) 3
- d) 4 e) 5

4. Si $x \in \langle -5; 2]$, a qué intervalo pertenece:

$$Q = -2x + 1$$

- a) $\langle -3; 11 \rangle$ b) $[-3; 11 \rangle$ c) $\langle -3; 11]$
d) $\langle -3; +\infty \rangle$ e) $[11; +\infty \rangle$

5. Si $A = [-10; -3]$
 $B = \langle -6; 1]$

Determina la suma de valores enteros de $A \cap B$.

- a) -10 b) -11 c) -12
d) -13 e) -14

6. Si $A = \langle 8; 20]$ y $B = [13; 21]$, calcula la suma de valores enteros de $A - B$.

- a) 40 b) 41 c) 42
d) 43 e) 44

7. Si $x \in \langle -8; -2]$, a qué intervalo pertenece:

$$K = 3x^2 + 5$$

- a) $\langle 5; 197 \rangle$
b) $[5; 197]$
c) $[17; 197 \rangle$
d) $[17; 197]$
e) $[5; 197 \rangle$

8. Si $x \in \langle -3; 5]$, a qué intervalo pertenece:

$$F = 5x^2 + 1$$

- a) $\langle 46; 126 \rangle$
b) $[46; 126]$
c) $[46; 126 \rangle$
d) $[1; 126 \rangle$
e) $\langle 1; 126 \rangle$