



fichas de Trabajo

MATEMÁTICA

TRIÁNGULOS

5^{to}

SECUNDARIA

Objetivos:

- ✓ Emplear adecuadamente las propiedades de los triángulos de acuerdo a las condiciones.
- ✓ Establecer la diferencia que existe entre las líneas notables asociadas al triángulo.
- ✓ Identificar y reconocer los triángulos congruentes según los casos que se van a plantear.

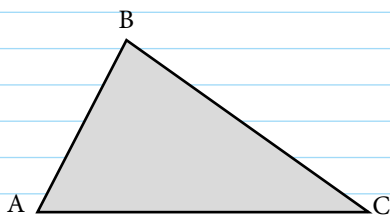
Introducción

El hombre de la prehistoria aplicó algunos conocimientos geométricos al construir sus lanzas dándoles formas puntiagudas (triangulares) para poder lograr mayor facilidad en la caza.

Un conocimiento más profundo y ordenado del triángulo lo tuvieron los egipcios en la construcción de las pirámides, llegando a establecer la noción de igualdad de forma y tamaño. Posteriormente serían usados para establecer medidas angulares y distancias, por ejemplo, el ancho de un río, la altura de las pirámides, etc.

Definición

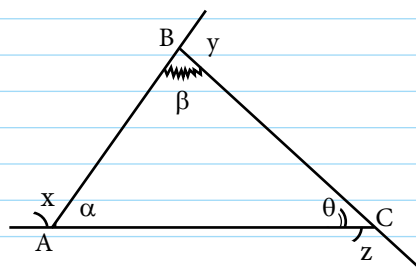
El triángulo es la figura geométrica formada por la unión de tres puntos no colineales mediante segmentos.



Elementos

Vértices : A, B y C
Lados : $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{AC}$
Notación : ΔABC

Ángulos determinados

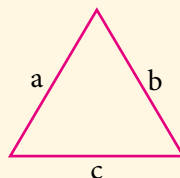


$m_{\angle}$ internos: α, β, θ
 $m_{\angle}$ externos: x, y, z



Nota:

El perímetro ($2p$) es la suma de las medidas de sus lados.



$$2p = a + b + c$$

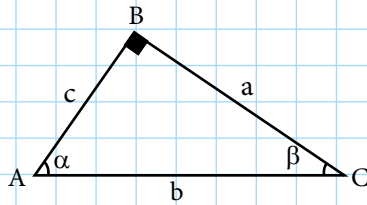
Clasificación

Los triángulos son clasificados de acuerdo a las medidas de sus ángulos y por la longitud de sus lados.

Según la medida de sus ángulos

Triángulo Rectángulo

Es aquel que tiene un ángulo recto.



$$m\angle \beta = 90^\circ$$

Catetos : $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$

Hipotenusa : $\overline{AC}$



Nota:

Pitágoras en su teorema utilizó la siguiente relación:

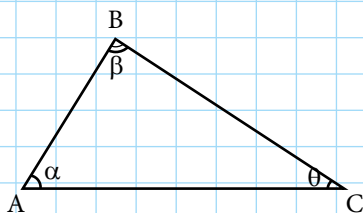
$$b^2 = a^2 + c^2$$

Triángulo Oblicuángulo

Cuando el ángulo no mide 90° .

Triángulo Acutángulo

Es aquel que tiene sus ángulos internos agudos.



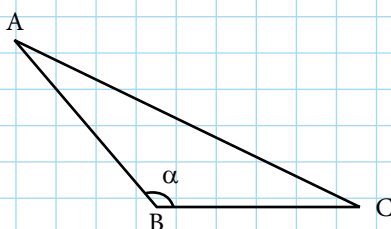
$$0^\circ < \alpha < 90^\circ$$

$$0^\circ < \beta < 90^\circ$$

$$0^\circ < \theta < 90^\circ$$

Triángulo Obtusángulo

Es aquel que tiene un ángulo obtuso.

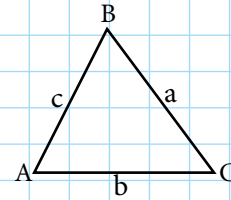


$$90^\circ < \alpha < 180^\circ$$

Según la longitud de sus lados

Triángulo Escaleno

Es aquel cuyos lados tienen medidas diferentes.

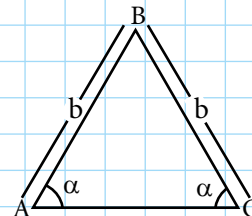


$$a \neq b \neq c$$

$$AB \neq BC \neq AC$$

Triángulo Isósceles

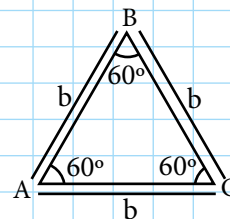
Es aquel que tiene dos lados de igual medida.



$$AB = BC$$

Triángulo Equilátero

Es aquel que tiene sus tres lados de igual medida.

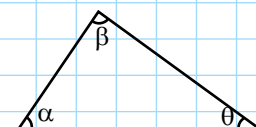


$$AB = BC = AC$$

Propiedades

Teorema I

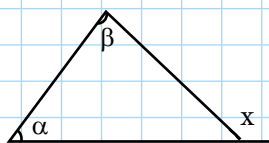
En todo triángulo, la suma de las medidas de los ángulos internos es igual a 180° .



$$\alpha + \beta + \theta = 180^\circ$$

Teorema 2

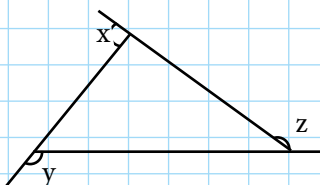
En todo triángulo, la medida de un ángulo externo es igual a la medida de los ángulos internos no adyacentes a él.



$$x = \alpha + \beta$$

Teorema 3

En todo triángulo, la suma de las medidas de los ángulos externos es igual a 360° .



$$x + y + z = 360^\circ$$

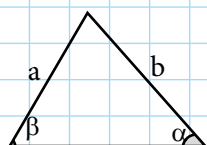
Teorema 4

En todo triángulo, al lado de mayor longitud se le opone el ángulo de mayor medida y viceversa.

Si:

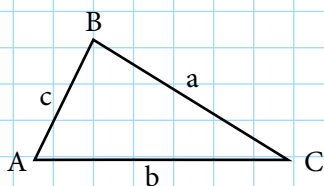
$$a > b$$

$$\Leftrightarrow \alpha > \beta$$



Teorema 5

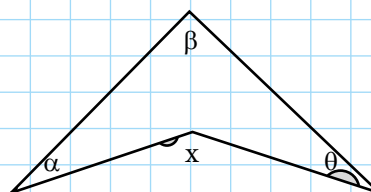
En todo triángulo, la longitud de un lado es mayor que la diferencia de las longitudes de los otros dos, pero menor que la suma de los mismos.



$$b - c < a < b + c$$

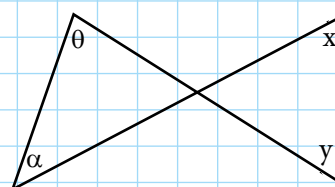
Propiedades adicionales

I. Propiedad del cuadrilátero cóncavo



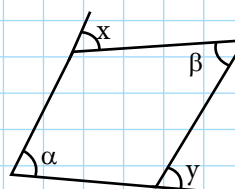
$$x = \alpha + \beta + \theta$$

II. Propiedad de la mariposa



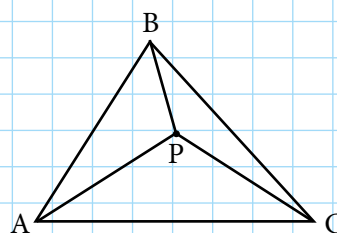
$$\alpha + \theta = x + y$$

III. Propiedad del pescado



$$x + y = \alpha + \beta$$

IV. Propiedad del punto interior

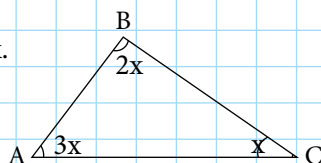


$$p < PA + PB + PC < 2p$$

$2p$ = perímetro

Ejemplos

- 1) Calcule x.

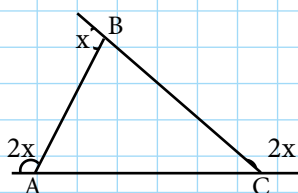


Resolución:

De acuerdo al Teorema 1:

$$x + 2x + 3x = 180^\circ, \quad 6x = 180^\circ \\ \therefore x = 30^\circ$$

- 2) De la figura, calcule la medida del menor ángulo externo.

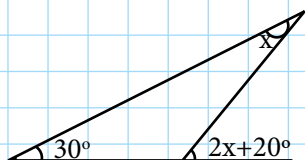


Resolución:

De acuerdo al Teorema 3:

$$x + 2x + 2x = 360^\circ, \quad 5x = 360^\circ \\ \therefore x = 72^\circ$$

- 3) De la figura, calcule x.

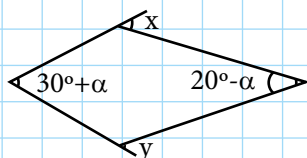


Resolución:

De acuerdo al Teorema 2:

$$2x + 20^\circ = x + 30^\circ, \quad 2x - x = 30^\circ - 20^\circ \\ \therefore x = 10^\circ$$

- 4) Calcule x + y.



Resolución:

De acuerdo a la tercera propiedad adicional

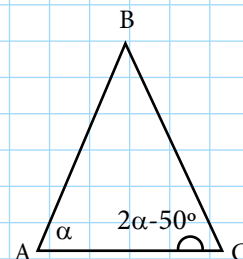
$$x + y = 30^\circ + \alpha + 20^\circ - \alpha \\ \therefore x + y = 50^\circ$$

- 5) El triángulo ABC es isósceles, $AB = BC$. Calcule α .

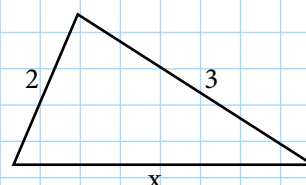
Resolución:

De acuerdo a la Propiedad del Triángulo Isósceles:

$$2\alpha - 50^\circ = \alpha \\ \alpha = 50^\circ$$



- 6) Calcule los valores enteros que puede tomar x si el triángulo existe.



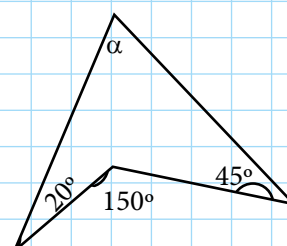
Resolución:

De acuerdo al Teorema 5:

$$3 - 2 < x < 3 + 2 \\ 1 < x < 5$$

$$\therefore x = \{2, 3, 4\}$$

- 7) De la figura, calcule α .



Resolución:

Usando la primera propiedad adicional:

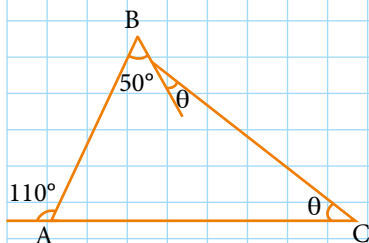
$$\alpha + 20^\circ + 45^\circ = 150^\circ, \\ \alpha + 65^\circ = 150^\circ$$

$$\therefore \alpha = 85^\circ$$

Trabajando en Clase

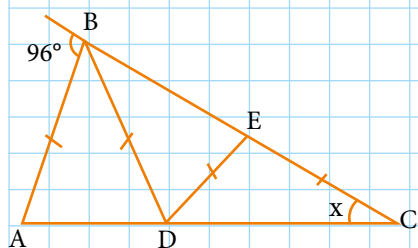
Nivel I

1. Calcula θ .



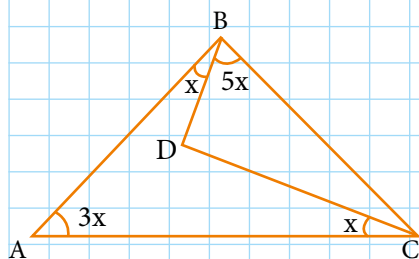
- a) 20° b) 10° c) 15°
d) 30° e) 45°

2. En la figura, halla "x" si $AB = BD = DE = EC$.



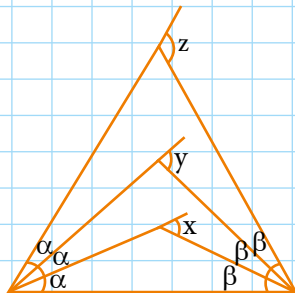
- a) 18° b) 24° c) 30°
d) 32° e) 20°

3. En la figura, $AB = DC$. Calcula x.



- a) 26° b) 20° c) 18°
d) 15° e) 10°

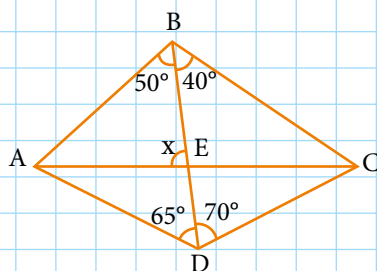
4. En la figura, calcula: $\frac{x+y}{z}$



- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

Nivel II

5. En la figura, calcula x.



- a) 85° b) 95° c) 75°
d) 80° e) 70°

6. Los lados de un triángulo miden, 5; 12 y $(x + 4)$. Calcula el mayor valor entero que puede tomar "x" para que el triángulo exista.

- a) 9 b) 10 c) 11
d) 12 e) 13

7. Los lados de un triángulo escaleno miden 4; 6 y " $2x$ ". Si "x" es un número entero, calcula x.

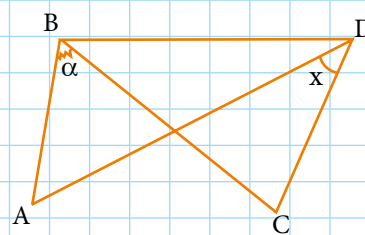
- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) B, C y D

Nivel III

8. En un triángulo isósceles sus lados miden 4 y 9. Calcula su perímetro.

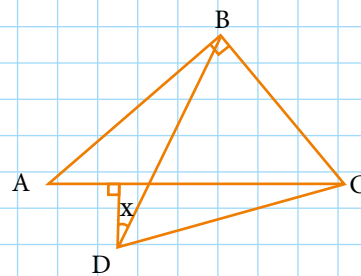
- a) 13 b) 17 c) 22
d) 34 e) 29

9. En la figura, si $AB = BC = BD$, calcula x.



- a) α b) 2α c) $\alpha/2$
d) $\alpha/4$ e) $\alpha/3$

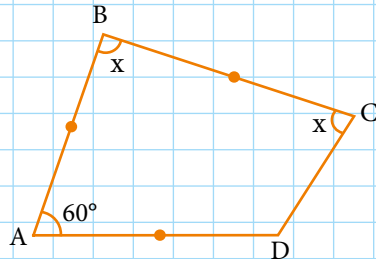
10. Calcular x si:
 $AB = BC = BD = CD$



- a) 20° b) 15° c) 10°
d) 25° e) 5°

Tarea domiciliaria N° 1

1. En la figura, $AB = BC = AD$. Halla "x".

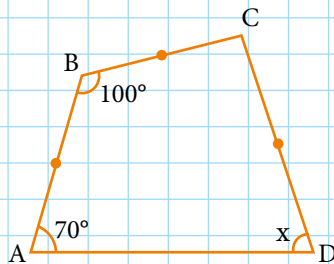


Rpta :

2. En un cuadrilátero ABCD, $m\hat{A} = 60^\circ$, $m\hat{B} = 130^\circ$, $AB = BC$ y $AD = AB + CD$. Calcula $m\hat{D}$.

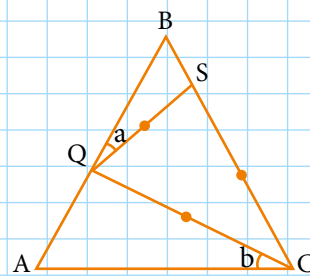
Rpta :

3. Calcula x.



Rpta :

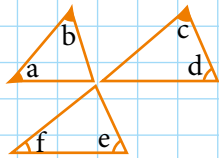
4. En la figura $AB = BC$ y el $\triangle QSC$ es equilátero. ¿Qué relación es la correcta?



Rpta :

5. Calcula:

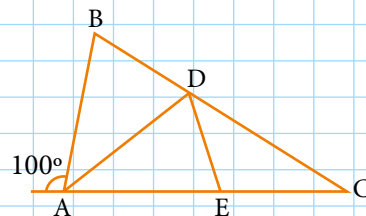
$$a + b + c + d + e + f$$



Rpta :

6. Halla $m \angle ACB$ si:

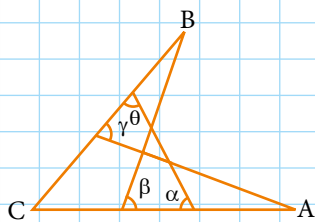
$$EC = ED = AD = AB$$



Rpta :

7. Calcula $\alpha + \beta + \theta + \gamma$ si

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 100^\circ.$$



Rpta :

8. Se tiene el triángulo equilátero ABC. Exterior y relativo a $\overline{AB}$ se ubica el punto E, tal que $AE = AB$. Halla $m \angle CEB$.

- a) 30° b) 45° c) 87°
d) 60° e) 20°

Rpta :